



Advanced Engineering Research

Теоретический и научно-практический журнал

Том **21**

№ **3**

2021

Vol. **21**

no. **3**

2021

ISSN 2687-1653



1

Механика

Mechanics

2

Машиностроение и машиноведение

Machine Building and Machine Science

3

Информатика, вычислительная техника и управление

Information Technology, Computer Science, and Management

DOI 10.23947/2687-1653

vestnik-donstu.ru

Advanced Engineering Research

Т. 21, № 3

Теоретический
и научно-практический журнал

Издаётся с 1999 г.

Выходит 4 раза в год
июль-сентябрь 2021 г.

ISSN 2687-1653
DOI: 10.23947/2687-1653

Учредитель и издатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет» (ДГТУ)

Название журнала (до августа 2020): Вестник Донского государственного технического университета

Журнал включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК) по следующим научным специальностям:

- 01.02.01 – Теоретическая механика (технические науки)
- 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела (технические науки)
- 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела (физико-математические науки)
- 01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры (технические науки)
- 05.02.02 – Машиноведение системы приводов и детали машин (технические науки)
- 05.02.04 – Трение и износ в машинах (технические науки)
- 05.02.07 – Технология и оборудование механической и физико-технической обработки (технические науки)
- 05.02.08 – Технология машиностроения (технические науки)
- 05.02.10 – Сварка, родственные процессы и технологии (технические науки)
- 05.02.11 – Методы контроля и диагностика в машиностроении (технические науки)
- 05.13.11 – Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей (технические науки)
- 05.13.17 – Теоретические основы информатики (технические науки)
- 05.13.18 – Математическое моделирование численные методы и комплексы программ (технические науки)

Индексируется и архивируется в Российском индексе научного цитирования (РИНЦ), в международной базе EBSCO (Academic Search Ultimate Magazines and Journal), Dimensions, CyberLeninka, ROAD, GoogleScholar.

Является членом Directory of Open Access Journals (DOAJ), Ассоциации научных редакторов и издателей (АНРИ) и CrossRef.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ЭЛ № ФС 77 – 78854 от 07 августа 2020 г., выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

Над номером работали:

И. В. Бойко, Г. И. Рассохин, М. П. Смирнова (англ. версия)

Адрес учредителя, издателя и редакции:

344003, Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-372

E-mail: vestnik@donstu.ru

<http://vestnik-donstu.ru/>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.

© Донской государственный технический университет, 2021

Редакционная коллегия :

Главный редактор — Б. Ч. Месхи, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

заместитель главного редактора — **В. П. Димитров**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

ответственный редактор — **М. Г. Комахидзе**, кандидат химических наук, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

ответственный секретарь — **Н. А. Шевченко**, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

Е. В. Агеев, доктор технических наук, профессор, Юго-Западный государственный университет (Российская Федерация);

В. И. Андреев, академик РААСН, доктор технических наук, профессор, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (Российская Федерация);

И. Р. Антибас, кандидат технических наук, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

К. С. Ахвердиев, доктор технических наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения (Российская Федерация);

С. М. Айзикович, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

Д. А. Безуглов, доктор технических наук, профессор, Ростовский филиал Российской таможенной академии (Российская Федерация);

Бертрам Торстен, доктор технических наук, профессор, Технический университет (Германия);

В. Н. Варавка, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

И. М. Вернер, доктор технических наук, профессор, Технологический институт в Израиле (Израиль);

Н. Е. Галушкин, доктор технических наук, профессор, Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты (Российская Федерация);

Лару К. Гиллеси, доктор технических наук, профессор, Президент Общества машиностроителей (США);

О. В. Дворников, доктор технических наук, профессор, Белорусский государственный университет (Беларусь);

К. О. Егназарян, доктор технических наук, профессор, Технологический университет Тампере (Финляндия);

С. В. Елисеев, член-корреспондент Российской Академии Естествознания доктор технических наук, профессор, Иркутский государственный институт путей сообщения (Российская Федерация);

В. А. Еремеев, доктор физико-математических наук, профессор, Южный научный центр РАН (Российская Федерация);

В. Л. Заковоротный, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

А. А. Короткий, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

В. М. Курейчик, доктор технических наук, профессор, Южный федеральный университет (Российская Федерация);

Г. В. Кузнецов, доктор физико-математических наук, профессор, Томский политехнический университет (Российская Федерация);

В. И. Марчук, доктор технических наук, профессор, Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты (Российская Федерация);

И. П. Мирошник, кандидат технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

М. А. Мукутадзе, доктор технических наук, доцент, Ростовский государственный университет путей сообщения (Российская Федерация);

В. Г. Мокрозуб, доктор технических наук, профессор Тамбовский государственный технический университет (Российская Федерация);

Нгуен Донг Ань, доктор физико-математических наук, профессор, Институт механики Академии наук и технологий Вьетнама (Вьетнам);

В. И. Лысак, доктор технических наук, профессор, Волгоградский государственный технический университет (Российская Федерация);

П. М. Огар, доктор технических наук, профессор, Братский государственный университет (Российская Федерация);

С. Г. Паршин, доктор технических наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет (Российская Федерация);

Н. Н. Прокопенко, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

В. Л. Попов, доктор физико-математических наук, профессор, Институт механики Берлинского технического университета (Германия);

В. Н. Сидоров, доктор технических наук, Российский университет транспорта (Российская Федерация);

А. Н. Соловьёв, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

А. И. Сухинов, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

И. Б. Севостьянов, доктор физико-математических наук, профессор, Университет штата Нью Мексико (США);

М. А. Тамаркин, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет, (Российская Федерация);

Г. А. Угольников, доктор физико-математических наук, профессор, Южный федеральный университет (Российская Федерация);

М. Б. Флек, доктор технических наук, профессор, ПАО «Роствертол» (Российская Федерация);

Л. В. Черкесова, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация);

А. Н. Чукарин, доктор технических наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения (Российская Федерация);

Б. М. Языев, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Российская Федерация).

СОДЕРЖАНИЕ

МЕХАНИКА

- Чистяков А. Е., Сидорякина В. В., Проценко С. В.* Разработка алгоритмов построения двумерных оптимальных гранично-адаптивных сеток и их программная реализация 222
- Сайпулаев М. Р., Меркурьев И. В., Соловьёв А. В., Тарасов А. Н.* Исследование свободных колебаний микромеханического гироскопа с учетом неортогональности осей торсионов 231
- Галабурдин А. В.* Действие вертикальной силы, движущейся по произвольному закону, на бесконечную пластину 239

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

- Исабеков Ж. Н., Цыбрий И. К., Мороз К. А.* Организация ходьбы экзоскелета нижних конечностей при помощи управления опорной стопы 247
- Глушко С. П.* Исследование технологии электроискрового нанесения покрытий, легирования и упрочнения 253
- Майстренко А. В.* Тепловой расчет конструкций 260
- Круглова Т. Н.* Метод оценки текущей и дополнительной нагрузки на систему электрических приводов механизмов параллельной кинематической структуры 268

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

- Дубанов А. А.* Анализ скорости и кривизны траектории в задаче преследования множества целей 275
- Галушка В. В., Фатхи Д. В., Газизов Е. Р.* Метод формирования графа локальной сети на основе анализа множеств адресов 284
- Баскаков А. А., Тарасов А. Г.* К проблеме использования автоматизированного рабочего места людьми с ограниченными возможностями 290

МЕХАНИКА MECHANICS



УДК 517.95, 519.6

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-222-230>

Разработка алгоритмов построения двумерных оптимальных границно-адаптивных сеток и их программная реализация



А. Е. Чистяков ¹, В. В. Сидорякина ², С. В. Проценко ¹

¹ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

²Таганрогский институт имени А. П. Чехова (филиал) РГЭУ (РИНХ) (г. Таганрог, Российская Федерация)

✉ cheese_05@mail.ru

Введение. Отмечается, что использование в расчетах адаптивных сеток позволяет повысить точность и экономичность вычислительных алгоритмов, не увеличивая число узлов. Особенно эффективен такой подход при расчетах нестационарных задач. Цель данного исследования — разработка, построение и программная реализация методов построения расчетных двумерных оптимальных границно-адаптивных сеток для областей сложной конфигурации с сохранением заданных особенностей формы и границы области. Применение таких методов способствует повышению точности, эффективности и экономичности вычислительных алгоритмов.

Материалы и методы. Рассмотрена проблема автоматического построения оптимальной границно-адаптивной сетки в односвязной области произвольной геометрии, топологически эквивалентной прямоугольнику. Получено решение для минимального набора входной информации: заданы граница области в физической плоскости и число точек на ней. Создание алгоритма и программы построения сетки базируется на модели динамики частиц. Это позволяет определять траектории движения отдельных частиц и исследовать динамику их парного взаимодействия в рассматриваемой системе. С помощью инструмента *mask* отделяются внутренние и граничные узлы сетки, и это дает возможность определить скорости перемещения узлов с учетом специфики решаемой задачи.

Результаты исследования. Разработанные методы построения оптимальной границно-адаптивной сетки области сложной геометрии дают возможность решить проблему автоматического построения сетки в двумерных областях любой конфигурации. Для оценки результатов исследования алгоритма решена тестовая задача и визуализированы этапы решения. В виде рисунков показаны расчетная область тестовой задачи и работа функции расчета скорости перемещения внутренних узлов. Визуализация подтверждает преимущество такого метода построения сетки, при котором отделяются граничные и внутренние узлы.

Обсуждение и заключения. Результаты теоретических и численных исследований важны как для изучения качественных свойств сеток, так и для развития методов построения расчетных сеток, позволяющих эффективно, с высокой точностью решать задачи численного моделирования.

Ключевые слова: метод динамики частиц, двумерная расчетная сетка, границно-адаптивная сетка, численное моделирование.

Для цитирования: Чистяков, А. Е. Разработка алгоритмов построения двумерных оптимальных границно-адаптивных сеток и их программная реализация / А. Е. Чистяков, В. В. Сидорякина, С. В. Проценко // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 3. — С. 222–230. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-222-230>

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 19–01–00701.

© Чистяков А. Е., Сидорякина В. В., Проценко С. В., 2021



Development of algorithms for constructing two-dimensional optimal boundary-adaptive grids and their software implementation

A. E. Chistyakov ¹, V. V. Sidoryakina ², S. V. Protsenko ¹

¹ Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

² Taganrog Institute Named after A.P. Chekhov, Rostov State University of Economics (RINH) branch, (Taganrog, Russian Federation)

✉ cheese_05@mail.ru

Introduction. It is noted that the use of adaptive grids in calculations makes it possible to improve the accuracy and efficiency of computational algorithms without increasing the number of nodes. This approach is especially efficient when calculating nonstationary problems. The objective of this study is the development, construction and software implementation of methods for constructing computational two-dimensional optimal boundary-adaptive grids for complex configuration regions while maintaining the specified features of the shape and boundary of the region. The application of such methods contributes to improving the accuracy, efficiency, and cost-effectiveness of computational algorithms.

Materials and Methods. The problem of automatic construction of an optimal boundary-adaptive grid in a simply connected region of arbitrary geometry, topologically equivalent to a rectangle, is considered. A solution is obtained for the minimum set of input information: the boundary of the region in the physical plane and the number of points on it are given. The creation of an algorithm and a mesh generation program is based on a model of particle dynamics. This provides determining the trajectories of individual particles and studying the dynamics of their pair interaction in the system under consideration. The interior and border nodes of the grid are separated through using the mask tool, and this makes it possible to determine the speed of movement of nodes, taking into account the specifics of the problem being solved.

Results. The developed methods for constructing an optimal boundary-adaptive grid of a complex geometry region provides solving the problem on automatic grid construction in two-dimensional regions of any configuration. To evaluate the results of the algorithm research, a test problem was solved, and the solution stages were visualized. The computational domain of the test problem and the operation of the function for calculating the speed of movement of interior nodes are shown in the form of figures. Visualization confirms the advantage of this meshing method, which separates the border and interior nodes.

Discussion and Conclusions. The theoretical and numerical studies results are important both for the investigation of the grids qualitative properties and for the computational grid methods that provide solving numerical modeling problems efficiently and with high accuracy.

Keywords: particle dynamics method, computational two-dimensional grid, boundary-adaptive grid, numerical simulation.

For citation: A. E. Chistyakov, V. V. Sidoryakina, S. V. Protsenko. Development of algorithms for constructing two-dimensional optimal boundary-adaptive grids and their software implementation. *Advanced Engineering Research*, 2021, vol. 21, no. 3, pp. 222–230. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-222-230>

Funding information: the research is done with the financial support from RFFI (project no. 19–01–00701).

Введение. Построение сетки изначально рассматривалось как необходимый вспомогательный шаг в решении других задач [1–3]. В частности, при решении задач вычислительной гидродинамики построение расчетной сетки — весьма трудоемкий и длительный процесс [4–6]. При исследовании акваторий реальных водоемов приходится иметь дело с областями с объективно предопределенной границей, проходящей вдоль береговой линии¹. Граничные узлы прямоугольной сетки Декартовых координат, покрывающей водоем, могут точно не попадать на контур береговой линии. Следовательно, равномерная сетка должна быть очень мелкой, чтобы были приемлемы вносимые ею погрешности задания береговой линии. Например, для Азовского моря двумерная сетка, как правило, содержит более полумиллиона узлов [7–11]. Отметим также, что при использовании прямоугольных сеток краевые условия ставятся в точках, смещенных от реальной границы, либо (при усечении граничных ячеек сетки) вблизи границы концентрируются неоднородности, связанные с

¹Sukhinov A. I., Sukhinov A. A. Reconstruction of 2001 ecological disaster in the Azov sea on the basis of precise hydrophysics models // *Parallel Computational Fluid Dynamics, Multidisciplinary Applications, Proceedings of Parallel CFD 2004 Conference*, Las Palmas de Gran Canaria, Spain. Amsterdam : Elsevier, 2005. P. 231–238. <https://doi.org/10.1016/B978-044452024-1/50030-0>

неравномерностью шагов по пространственным направлениям². Учитывая сказанное, а также необходимость упрощения структур данных и алгоритмов их обработки, численное моделирование указанного типа задач целесообразно проводить на оптимальной гранично-адаптивной сетке [12–14].

В настоящей статье представлены алгоритм и программа, разработанные для построения четырехугольных оптимальных гранично-адаптивных расчетных сеток на основе метода динамики частиц в двумерной постановке. Этот мощный вычислительный метод позволяет представить узлы сетки как заряженные частицы и моделировать динамику системы, состоящей из огромного числа частиц (до миллиона). На примере тестовых задач демонстрируется эффективность работы алгоритма для областей со сложной границей.

Материалы и методы. Описание метода построения 2D оптимальной гранично-адаптивной сетки. В Декартовой системе координат Oxy введем область D . В области D строится сетка $\omega = \{(x_{i,j}, y_{i,j}), i = \overline{1, N_1}, j = \overline{1, N_2}\}$ по заданным координатам граничных узлов. Сеточная область разделяет область D на элементарные подобласти в виде четырехугольников. Узлы сетки перераспределяются вдоль координатных линий. Затем в нужных зонах, где требуется сгущение узлов, переменные x, y заменяются на сжимающие переменные ξ, η с помощью разделенных преобразований:

$$(\xi, \eta) \rightarrow (x, y): x = x(\xi, \eta), y = y(\xi, \eta), \quad (1)$$

$$(x, y) \rightarrow (\xi, \eta): \xi = \xi(x, y), \eta = \eta(x, y). \quad (2)$$

Таким образом, на плоскости (ξ, η) строится сетка $\omega = \{(\xi_{i,j}, \eta_{i,j}), i = \overline{1, N_1}, j = \overline{1, N_2}\}$, которая определяется функциями $x = x(\xi, \eta), y = y(\xi, \eta)$.

Построение расчетной сетки ω базируется на методе динамики частиц. Такая техника моделирования широко представлена в литературе, поэтому мы остановимся на ней лишь вкратце [15–17].

Узлы сетки ω представляем совокупностью частиц с зарядами q_{ij} и массой m_{ij} , которые перемещаются в расчетной области D вдоль и вблизи ее границы. Частицы взаимодействуют друг с другом, причем силы взаимодействия имеют электрическую природу.

На отдельно взятую i -ю частицу со стороны j -й частицы по закону Кулона действует отталкивающая сила \vec{F}_{ij} . Абсолютная величина силы \vec{F}_{ij} определяется расстоянием между данными частицами, а ее вектор направлен противоположно радиус-вектору \vec{r}_{ij} , соединяющему i -й и j -й заряды (рис. 1).

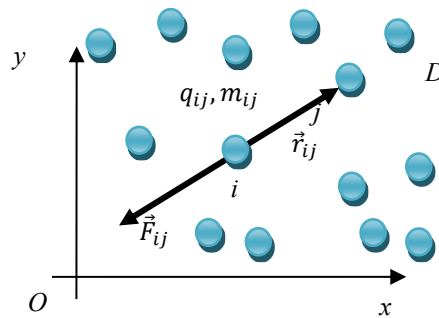


Рис. 1. Схема взаимодействия частиц

Траектории движения заряженных частиц определяют расположение узлов сетки. Обозначим координаты i -й частицы (x_{ij}, y_{ij}) , а j -й — (ξ_{ij}, η_{ij}) . Длина радиус-вектора \vec{r}_{ij} , определяющего перемещение узла (x_{ij}, y_{ij}) к узлу (ξ_{ij}, η_{ij}) , рассчитывается по формуле:

$$r_{ij} = r(x_{ij}, y_{ij}, \xi_{ij}, \eta_{ij}) = \sqrt{(x_{ij} - \xi_{ij})^2 + (y_{ij} - \eta_{ij})^2}. \quad (3)$$

²Sukhinov A., Chistyakov A., Sidoryakina V. Investigation of nonlinear 2D bottom transportation dynamics in coastal zone on optimal curvilinear boundary adaptive grids // Dynamic of Technical Systems: Proc. of XIII Intern. scient.-tech. conf. Rostov-on-Don, 2017. 132. 04003. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201713204003>

Отметим особенность преобразования (1)–(2). Если расстояние $r \neq 0$, то узел (ξ_{ij}, η_{ij}) отталкивается от каждого из соседних. Они в свою очередь должны либо встать на предписанное расстояние, либо отодвинуться, притянувшись к соседнему узлу и освободив место для вновь вставляемого.

Вид преобразования (1)–(2), сжимающего координаты x, y в зонах больших градиентов, определяется решением задачи. С этой целью в направлении осей Ox, Oy используется модельное уравнение, описывающее потенциал:

$$F(x_{ij}, y_{ij}, \xi_{ij}, \eta_{ij}) = \frac{l}{r(x_{ij}, y_{ij}, \xi_{ij}, \eta_{ij})^\alpha}, \quad (4)$$

где l — коэффициент пропорциональности между потенциалом и расстоянием r в заданном узле, α — некоторый параметр.

Каждый узел стремится к снижению потенциальной энергии, а именно:

$$\sum_{m,n} F(x_{ij}, y_{ij}, x_{nm}, y_{nm}) \rightarrow \min, \quad i = \overline{1, N_1}, \quad j = \overline{1, N_2}, \quad n = \overline{1, N_1}, \quad m = \overline{1, N_2}. \quad (5)$$

Сила $\vec{f}(x_{ij}, y_{ij})$ связана с потенциалом $F = F(x_{ij}, y_{ij}, \xi_{ij}, \eta_{ij})$ следующим соотношением:

$$\vec{f}(x_{ij}, y_{ij}) = \text{grad}(F) = - \sum_{m,n} \frac{\alpha l}{r(x_{ij}, y_{ij}, x_{nm}, y_{nm})^{\alpha+2}} \vec{r}. \quad (6)$$

При моделировании процесса взаимодействия подвижных частиц предполагаем, что узлы сетки, попавшие за пределы расчетной области, вынуждены переместиться в точку на границе области, расстояние до которой минимально. Схема взаимодействия между подвижной частицей и частицей на границе показана на рис. 2.

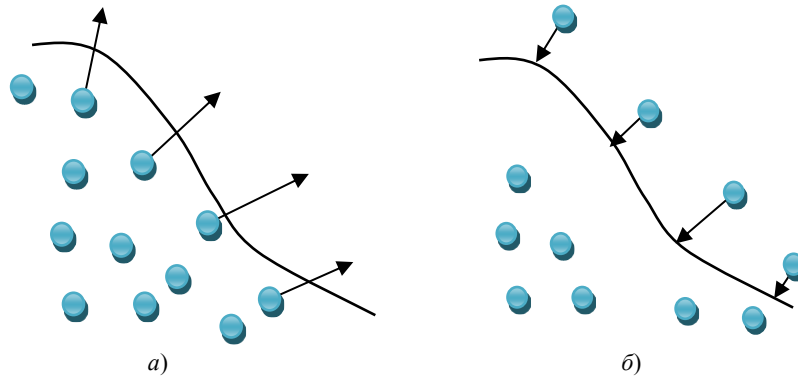


Рис. 2. Схема взаимодействия частиц на границе расчетной области D : направление движения частиц внутри области D (а); направление движения частиц за пределами области D (б)

Технология численного интегрирования уравнений движения базируется на алгоритме, представленном в [17].

Описание программного средства для расчета сетки. Программа состоит из модулей, реализующих пять функций: управляющую, вызывающую расчетные функции заданное количество раз; три расчетные функции и функцию визуализации. Расчетные: функция, описывающая скорость перемещения узлов; функция перемещения узлов; функция проверки выхода узлов за границу области.

Структура данных программы: A — входной массив размерами $[N, M]$;

C — массив визуализации; B_x, B_y — массивы размерами $[n, m]$, описывающие расположение узлов; B_m — массив размерами $[n, m]$, описывающий маски граничных условий; u, v — компоненты вектора скорости перемещения узлов; i, j — счетчики; n, m — количество узлов по направлениям Ox, Oy соответственно; l — коэффициент пропорциональности между потенциалом и расстоянием r в заданном узле; α — некоторый параметр (степень при r). Управляющая функция обнуляет массивы и задает начальное расположение узлов.

Алгоритм, описывающий функцию скорости перемещения узлов.

Входные массивы: B_x, B_y, B_m и параметр α (например, $\alpha = 3$). Выходные: u, v .

1. Начало цикла по переменным i, j . Значения счетчиков задаются равными $i = 0, \dots, n-1, j = 0, \dots, m-1$.

2. Отделение граничных и внутренних точек расчетной области. Если $\text{mask} = 1$ — точка на границе области, переход на п. 3, если $\text{mask} = 2$ — точка внутри области, переход на п. 4.

3. Алгоритм, описывающий функцию скорости перемещения граничных узлов

3.1. Обнуление массивов u, v .

3.2. Начало цикла по переменным $i1, j1$. Значения счетчиков задаются равными $i1 = i - 2, \dots, i + 2, j1 = j - 2, \dots, j + 2$.

3.3. Расчет расстояния от одного узла до другого:

$$r \leftarrow \sqrt{(Bx_{i,j} - Bx_{i1,j1})^2 + (By_{i,j} - By_{i1,j1})^2}.$$

3.4. Проверка условия. Если $r > 0$, то переход к п. 3.5, иначе переход к п. 3.6.

3.5. Расчет u, v для $\alpha = 3$:

$$u_{i,j} \leftarrow u_{i,j} + \frac{(Bx_{i,j} - Bx_{i1,j1})}{r^\alpha} Bm_{i1,j1},$$

$$v_{i,j} \leftarrow v_{i,j} + \frac{(By_{i,j} - By_{i1,j1})}{r^\alpha} Bm_{i1,j1}.$$

3.6. Нарращивание счетчиков $i1, j1$ и переход к п. 3.3.

3.7. Нарращивание счетчиков i, j и переход к п. 3.1.

4. Алгоритм, описывающий функцию скорости перемещения внутренних узлов

4.1. Обнуление массивов u, v .

4.2. Начало цикла по переменным $i1, j1$. Значения счетчиков задаются равными $i1 = i - 1, \dots, i + 1, j1 = j - 1, \dots, j + 1$.

4.3. Проверка условия. Если $(i1 - i)(j1 - j) = 0$, то переход к п. 4.4, иначе переход к п. 4.8.

4.4. Расчет расстояния от одного узла до другого:

$$r \leftarrow \sqrt{(Bx_{i,j} - Bx_{i1,j1})^2 + (By_{i,j} - By_{i1,j1})^2}.$$

4.5. Проверка условия. Если выполняется $r > 0$, то переход к п. 4.6, иначе переход к п. 4.7.

4.6. Расчет u, v для $k = 0,005$:

$$u_{i,j} \leftarrow u_{i,j} - k(Bx_{i,j} - Bx_{i1,j1}),$$

$$v_{i,j} \leftarrow v_{i,j} - k(By_{i,j} - By_{i1,j1}).$$

4.7. Нарращивание счетчиков $i1, j1$ и переход к п. 4.4.

4.8. Нарращивание счетчиков i, j и переход к п. 4.1.

Алгоритм, описывающий функцию расчета перемещения узлов.

Входные массивы: B_x, B_y, u, v и параметр l (например, $l = 30$). Выходные массивы: B_x, B_y .

1. Начало цикла по переменным i, j . Значения счетчиков задаются равными $i = 1, \dots, n - 2, j = 1, \dots, m - 2$.

2. Расчет массивов B_x, B_y :

$$Bx_{i,j} \leftarrow Bx_{i,j} + lu_{i,j},$$

$$By_{i,j} \leftarrow By_{i,j} + lv_{i,j}.$$

3. Нарращивание счетчиков i, j и переход к п. 2.

Алгоритм, описывающий функцию проверки выхода узлов за границу области.

Входные массивы: B_x, B_y, A и параметр d (например, $d = 3$), описывающий размеры окна, в котором представлена расчетная область в случае выхода узла B_x, B_y за границу расчетной области. Выходные массивы: B_x, B_y .

1. Начало цикла по переменным i, j . Значения счетчиков задаются равными $i = 1, \dots, n - 2, j = 1, \dots, m - 2$.

2. Нахождение индексов в массиве A , соответствующих узлу $(Bx_{i,j}, By_{i,j})$:

$$i1 \leftarrow \lfloor Bx_{i,j} \rfloor, \quad j1 \leftarrow \lfloor By_{i,j} \rfloor.$$

3. Начальное значение расстояния до границы задается значением параметра d :

$$r \leftarrow 2d.$$

4. Проверка условия выхода точки $(i1, j1)$ за границу расчетной области: если выполняется $A_{i1,j1} > 0$, иначе переход в п. 12.

5. Начало цикла по переменным $i2, j2$. Значения счетчиков задаются равными $i2 = -d, \dots, d, j2 = -d, \dots, d$.

6. Проверка точки $(i2 + i1, j2 + j1)$ на принадлежность расчетной области: если выполняется $A_{i2+i1, j2+j1} = 0$, иначе переход в п. 10.

7. Расстояние от узла $(Bx_{i,j}, By_{i,j})$ до точки $(i2 + i1, j2 + j1)$ находится по формуле:

$$r1 \leftarrow \sqrt{(Bx_{i,j} - i2 - i1)^2 + (By_{i,j} - j2 - j1)^2}.$$

8. Если $r1 > r$, выполняется п. 9, иначе переход к п. 10.

9. Запоминаем точку расчетной области, ближайшую к узлу $(Bx_{i,j}, By_{i,j})$:

$$r \leftarrow r1, \quad i3 \leftarrow i2 + i1, \quad j3 \leftarrow j2 + j1.$$

10. Нарастивание счетчиков по переменным $i2, j2$ и возврат к п. 6.

11. Смещение узла $(Bx_{i,j}, By_{i,j})$ на границу расчетной области:

$$Bx_{i,j} \leftarrow i3, \quad By_{i,j} \leftarrow j3.$$

12. Нарастивание счетчиков i, j и переход к п. 2.

Алгоритм, описывающий функцию визуализации.

Входные массивы: B_x, B_y, A . Выходной массив — C .

1. В массив визуализации помещаем массив A .

2. Начало цикла по переменным i, j, k . Значения счетчиков задаются равными $i = 1, \dots, n-3, j = 1, \dots, m-2, k = \lfloor Bx_{i,j} \rfloor \dots \lfloor Bx_{i+1,j} \rfloor$.

3. Наносим вертикальные линии:

$$C \left[k, \left\lfloor By_{i,j} + \frac{By_{i+1,j} - By_{i,j}}{Bx_{i+1,j} - Bx_{i,j}} \cdot (k - Bx_{i,j}) \right\rfloor \right] \leftarrow 255.$$

4. Нарастивание счетчиков i, j, k и переход к п. 3.

5. Начало цикла по переменным i, j, k . Значения счетчиков задаются равными $i = 1, \dots, n-2, j = 1, \dots, m-3, k = \lfloor By_{i,j} \rfloor \dots \lfloor By_{i,j+1} \rfloor$.

6. Наносим горизонтальные линии

$$C \left[k, \left\lfloor By_{i,j} + \frac{By_{i+1,j} - By_{i,j}}{Bx_{i+1,j} - Bx_{i,j}} \cdot (k - Bx_{i,j}) \right\rfloor \right] \leftarrow 255.$$

7. Нарастивание счетчиков i, j, k и переход к п. 6.

Входной файл — ВМР. На нем черным цветом обозначена геометрия области, на которой строится сетка. Остальная область обозначена белым цветом. Исходный файл ВМР записывается в массив, при этом черный цвет соответствует значениям 0, а белый — 255. К выходной информации относятся массивы B_x, B_y , описывающие расположение узлов сетки, и массив C , в котором хранится геометрия исходной области с нанесенной сеткой.

Результаты исследования. Результаты работы алгоритма демонстрирует решение тестовой задачи.

Входные данные: исходная область вида, представленного на рис. 3, а также расчетные данные $n = 12, m = 14, i = 1, \dots, 10, j = 1, \dots, 12, l = 30, d = 3, \alpha = 3$.

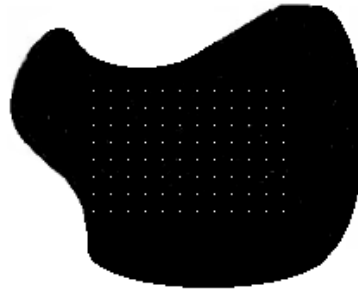


Рис. 3. Расчетная область тестовой задачи

За начальное расположение узлов принимается расположение узлов сетки ω без адаптации к границе исходной области. Визуализация работы функции перемещения внутренних узлов представлена на рис. 4.

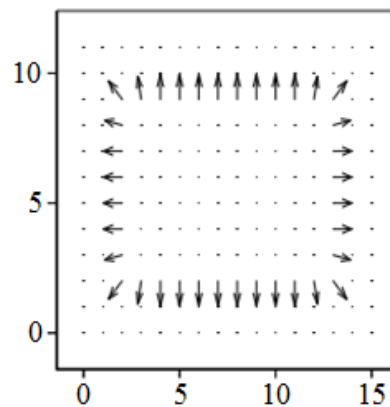


Рис. 4. Работа функции расчета скорости перемещения внутренних узлов

Результат построения четырехугольной гранично-адаптивной сетки ω , покрывающей исходную область, получен на основе представленного алгоритма (рис. 5 а). Рис. 5 б показывает работу алгоритма программы для случая, когда не отделялись граничные и внутренние узлы. Явное преимущество сетки, представленной на рис. 5 а, состоит в том, что ее ячейки — выпуклые четырехугольники. Для сетки вида 5 б данное требование не выполняется.

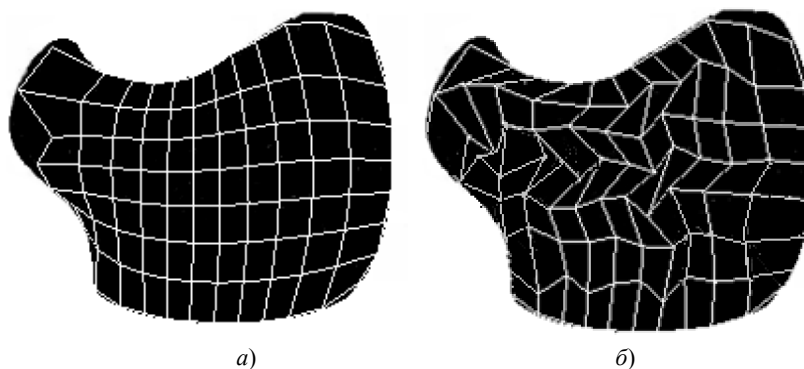


Рис. 5. Результаты работы алгоритма построения сетки ω : изображение сетки ω , построенной при отделении граничных и внутренних узлов сетки (а); изображение сетки ω , построенной без отделения граничных и внутренних узлов сетки ω (б)

Обсуждение и заключения. Предложена технология построения двумерных оптимальных гранично-адаптивных сеток, базирующаяся на методе динамики частиц. Разработан и опробован алгоритм численного расчета четырехугольных сеток для областей сложной конфигурации с сохранением заданных геометрических особенностей формы области и ее границы. На примере тестовой задачи исследовались возможности предлагаемого алгоритма. Одно из преимуществ данной программной реализации — возможность автоматически расставлять узлы на границе расчетной области и получать выпуклые ячейки. Представленный подход обладает достаточной универсальностью и надежностью и может быть использован при триангуляции рассматриваемых областей.

Библиографический список

1. Downing-Kunz, M. A. Tidal Asymmetry in Ocean-Boundary Flux and In-Estuary Trapping of Suspended Sediment Following Watershed Storms: San Francisco Estuary, California, USA / M. A. Downing-Kunz, P. A. Work, D. H. Schoellhamer // *Estuaries and Coasts*. — 2021. <https://doi.org/10.1007/s12237-021-00929-y> (accessed: 31.08.2021).
2. Modelled transport of benthic marine microplastic pollution in the Nazaré Canyon / A. Ballent, S. Pando, A. Purser [et al.] // *Biogeosciences*. — 2013. — Vol. 10 (12). — P. 7957–7970. <https://doi.org/10.5194/bg-10-7957-2013>
3. Kirk, B. Nested grid iteration for incompressible viscous flow and transport / B. Kirk, K. Lipnikov, G. F. Carey // *International Journal of Computational Fluid Dynamics*. — 2003. — Vol. 17 (4). — P. 253–262. <https://doi.org/10.1080/1061856031000173635>
4. Predictive modeling in sediment transportation across multiple spatial scales in the Jialing River Basin of China / Xiaoying Liu, Shi Qi, Yuan Huang [et al.] // *International Journal of Sediment Research*. — 2015. — Vol. 30 (3). — P. 250–255. <https://doi.org/10.1016/j.ijsrc.2015.03.013>
5. A multi-discipline approach for understanding sediment transport and geomorphic evolution in an estuarine-coastal system: San Francisco Bay / P. L. Barnard, B. E. Jaffe, D. H. Schoellhamer, L. J. McKee // *Marine Geology*. — 2013. — Vol. 345. — P. 1–326. <https://doi.org/10.1016/j.margeo.2013.09.010>
6. Coastal hydrodynamics in a windy lagoon / E. Alekseenko, B. Roux, A. Sukhinov [et al.] // *Computers & Fluids*. — 2013. — Vol. 77. — P. 24–35. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.09.010>
7. Сухинов, А. И. Прецизионные модели гидродинамики и опыт их применения в предсказании и реконструкции чрезвычайных ситуаций в Азовском море / А. И. Сухинов // *Известия ТРТУ*. — 2006. — Т. 3, № 58. — С. 228–235.
8. Сухинов, А. И. Построение и исследование корректности математической модели транспорта и осаждения взвесей с учетом изменения рельефа дна наносов / А. И. Сухинов, В. В. Сидорякина // *Вестник Донского государственного технического университета*. — 2018. — Т. 18, № 4. — С. 350–361. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-350-361>
9. Sidoryakina, V. V. Well-posedness analysis and numerical implementation of a linearized two-dimensional bottom sediment transport problem / V. V. Sidoryakina, A. I. Sukhinov // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. — 2017. — Vol. 57 (6). — P. 978–994. <https://doi.org/10.1134/S0965542517060124>
10. Сухинов, А. И. Достаточные условия сходимости положительных решений линеаризованной двумерной задачи транспорта наносов / А. И. Сухинов, В. В. Сидорякина, А. А. Сухинов // *Вестник Донского государственного технического университета*. — 2017. — Т. 17, № 1. — С. 5–17. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2017-17-1-5-17>
11. Сухинов, А. И. Прецизионные двумерные модели мелких водоемов / А. И. Сухинов, В. С. Васильев // *Математическое моделирование*. — 2003. — Т. 15, № 10. — P. 17–34.
12. Some aspects of adaptive grid technology related to boundary and interior layers / G. F. Carey, M. Anderson, B. Carnes, B. Kirk // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. — 2004. — Vol. 166 (1). — P. 55–86. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2003.09.036>
13. Owen, S. J. A Survey of Unstructured Mesh Generation Technology / S. J. Owen // In: *Proc. 7th Int. Meshing Roundtable*. — Dearborn, MI; 1998. — P. 239–269.
14. Сковпень, А. В. Усовершенствованный алгоритм построения нерегулярных четырехугольных сеток / А. В. Сковпень // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. — 2005. — Т. 45, № 8. — С. 1506–1528.
15. Кривцов, А. М. Метод частиц и его использование в механике деформируемого твердого тела / А. М. Кривцов, Н. В. Кривцова // *Дальневосточный математический журнал ДВО РАН*. — 2002. — Т. 3, № 2. — С. 254–276.
16. Белкин, А. А. Об одной модификации метода молекулярной динамики / А. А. Белкин // *Сибирский журнал индустриальной математики*. — 2006. — Т. 9, № 4. — С. 27–32.
17. Железнякова, А. Л. Построение двумерных неструктурированных сеток методом молекулярной динамики / А. Л. Железнякова, С. Т. Суржигов // *chemphys.edu.ru*: [сайт]. — 2011. — Т. 11. — URL: <http://chemphys.edu.ru/issues/2011-11/articles/192/> (дата обращения: 31.08.2021).

Поступила в редакцию 28.06.2021

Поступила после рецензирования 19.07.2021

Принята к публикации 19.07.2021

Об авторах:

Чистяков Александр Евгеньевич, профессор кафедры «Математика и информатика» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор физико-математических наук, профессор, ResearcherID: O-1507-2016, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8323-6005>, cheese_05@mail.ru

Сидорякина Валентина Владимировна, заведующая кафедрой «Математика» Таганрогского института имени А. П. Чехова (филиал) РГЭУ (РИНХ) (347936, РФ, г. Таганрог, ул. Инициативная, 48), кандидат физико-математических наук, доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7744-015X>, cvv9@mail.ru

Проценко Софья Владимировна, аспирант кафедры «Математика и информатика», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9656-8466>, rab55555@rambler.ru.

Заявленный вклад соавторов:

А. Е. Чистяков — научное руководство, разработка программы расчета, анализ результатов исследований. В. В. Сидорякина — формирование основной концепции, постановка цели и задач исследования, проведение вычислительного эксперимента, подготовка текста. С. В. Проценко — подготовка текста, формулирование выводов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

МЕХАНИКА
MECHANICS

УДК 531.383

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-231-238>**Исследование свободных колебаний микромеханического гироскопа с учетом неортогональности осей торсионов**М. Р. Сайпулаев ^{1,2}, И. В. Меркурьев ², А. В. Соловьёв ¹, А. Н. Тарасов ¹¹ Филиал АО «ЦЭНКИ» — ФГУП «Научно-исследовательский институт прикладной механики им. академика В. И. Кузнецова» (г. Москва, Российская Федерация)² ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ» (г. Москва, Российская Федерация)✉ saypulaevmr@mail.ru

Введение. Исследован процесс свободных колебаний чувствительного элемента микромеханического гироскопа R-R-типа рамочной конструкции разработки Научно-исследовательского института прикладной механики им. академика В. И. Кузнецова с учетом неортогональности осей торсионов. Изучено влияние инструментальной погрешности изготовления на точность гироскопа на подвижном основании в случае свободных колебаний. Целью работы являлось повышение точности прибора посредством разработки математической модели микромеханического гироскопа R-R-типа с учетом неортогональности осей торсионов и исследования влияния указанной погрешности на точность прибора. Актуальность задачи повышения точности микромеханических гироскопов связана с повышением точности инерциальных навигационных систем, основанных на микромеханических датчиках.

Материалы и методы. Предложены новая математическая модель, описывающая динамику гироскопа с учетом инструментальной погрешности изготовления прибора, и формула для оценки погрешности гироскопа. Приведены зависимости переменных состояния, полученные по результатам моделирования и на основе эксперимента. В исследовании использованы методы теоретической механики и асимптотические методы, в том числе формализм Лагранжа и методика осреднения Крылова-Боголюбова.

Результаты исследования. Разработана новая математическая модель динамики гироскопа с учетом неортогональности осей торсионов. Получены решение уравнений малых колебаний чувствительного элемента гироскопа и оценка угла прецессии для случая подвижного основания. Проведен сравнительный анализ разработанной модели с экспериментальными данными, полученными в случае свободных колебаний чувствительного элемента гироскопа при неподвижном основании. По результатам анализа подтверждена адекватность построенной математической модели. Сформированы аналитические выражения, демонстрирующие тот факт, что неортогональность осей торсионов приводит к перекрестному влиянию амплитуд первичных колебаний на амплитуды вторичных колебаний чувствительного элемента и появлению дополнительной погрешности в показаниях угловой скорости при работе гироскопа в свободном режиме.

Обсуждение и заключения. Полученные результаты могут быть использованы для повышения точности прибора с помощью алгоритма аналитической компенсации погрешности гироскопа и методики идентификации параметров математической модели.

Ключевые слова: гироскоп R-R-типа, прецессия гироскопа, оценка погрешности гироскопа, микромеханический гироскоп, свободные колебания.

Для цитирования: Исследование свободных колебаний микромеханического гироскопа с учетом неортогональности осей торсионов / М. Р. Сайпулаев, И. В. Меркурьев, А. В. Соловьёв, А. Н. Тарасов // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 3. — С. 231–238. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-231-238>

© Сайпулаев М. Р., Меркурьев И. В., Соловьёв А. В., Тарасов А. Н., 2021



Study on free oscillations of a micromechanical gyroscope taking into account the nonorthogonality of the torsion axes

M. R. Saypulaev ^{1,2}, I. V. Merkuriev ², A. V. Solovyev ¹, A. N. Tarasov ¹

¹ Kuznetsov Research Institute of Applied Mechanics, TsENKI division (Moscow, Russian Federation)

² National Research University «Moscow Power Engineering Institute» (Moscow, Russian Federation)

✉ saypulaevmr@mail.ru

Introduction. The paper is devoted to the study on free oscillations of the sensing element of a micromechanical R-R-type gyroscope of frame construction developed by the Kuznetsov Research Institute of Applied Mechanics, taking into account the nonorthogonality of the torsion axes. The influence of the instrumental manufacturing error on the accuracy of a gyroscope on a movable base in the case of free oscillations is studied. The work objective was to improve the device accuracy through developing a mathematical model of an R-R type micromechanical gyroscope, taking into account the nonorthogonality of the torsion axes, and to study the influence of this error on the device accuracy. The urgency of the problem of increasing the accuracy of micromechanical gyroscopes is associated with improving the accuracy of inertial navigation systems based on micromechanical sensors.

Materials and Methods. A new mathematical model that describes the gyroscope dynamics, taking into account the instrumental error of manufacturing the device, and a formula for estimating the error of a gyroscope, are proposed. The dependences of the state variables obtained from the results of modeling and on the basis of the experiment are presented. Methods of theoretical mechanics and asymptotic methods, including the Lagrange formalism and the Krylov-Bogolyubov averaging method, were used in the research.

Results. A new mathematical model of the gyroscope dynamics, taking into account the nonorthogonality of the torsion axes, is developed. The solution to the equations of small oscillations of the gyroscope sensing element and the estimate of the precession angle for the case of a movable base are obtained. A comparative analysis of the developed model and the experimental data obtained in the case of free oscillations of the gyroscope sensing element with a fixed base is carried out. The analysis has confirmed the adequacy of the constructed mathematical model. Analytical expressions are formed. They demonstrate the fact that the nonorthogonality of the torsion axes causes a cross-influence of the amplitudes of the primary vibrations on the amplitudes of the secondary vibrations of the sensing element, and the appearance of an additional error in the angular velocity readings when the gyroscope is operating in free mode.

Discussion and Conclusions. The results obtained can be used to improve the device accuracy using the algorithm for analytical compensation of the gyroscope error and the method for identifying the mathematical model parameters.

Keywords: gyroscope R-R type, gyro precession, gyro error estimation, micromechanical gyroscope, free oscillations.

For citation: M. R. Saypulaev, I. V. Merkuriev, A. V. Solovyev, A. N. Tarasov. Study on free oscillations of a micromechanical gyroscope taking into account the nonorthogonality of the torsion axes. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 3, pp. 231–238. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-231-238>

Введение. Разработка высокоточных микромеханических инерциальных датчиков, в том числе микромеханических гироскопов (ММГ), применяемых для решения задач навигации и управления движением летательных аппаратов и мобильных роботов, является актуальной задачей приборостроения [1]. К достоинствам ММГ относятся малые масса и размеры, а также низкая стоимость по сравнению с гироскопами, основанными на других физических принципах. Однако к главным недостаткам ММГ относятся изменчивость его метрологических характеристик и низкая точность измерений параметров углового движения объекта (угловой скорости и угла поворота). Принцип функционирования вибрационных гироскопов основан на свойстве маятника Фуко сохранять плоскость малых колебаний неподвижной в инерциальном пространстве [2].

Основы теории гироскопов класса обобщенного маятника Фуко, к числу которых относятся и ММГ, изложены в работах [2–5]. В них описаны различные конструктивные схемы построения ММГ, исследовано влияние инструментальных погрешностей изготовления и изменяющихся условий функционирования на динамику гироскопа. Принципиальной особенностью гироскопов класса обобщенного маятника Фуко является нелинейность, обусловленная конечными колебаниями чувствительных элементов (ЧЭ) или физической нелинейностью, связанной с особенностями системы управления колебаниями [2–6].

Исследования, посвященные динамике и конструированию ММГ, были опубликованы и в работах зарубежных авторов [6–8]. Так, например, в публикациях [6, 8] получена формула для оценки уходов гироскопа, основанная на использовании разработанной математической модели движения, которая описывает медленное изменение тороидальных координат колебаний ЧЭ. В работах [0, 7] обсуждаются вопросы изготовления ММГ и анализируются уравнения его малых колебаний. В статье [0] составляются уравнения движения ММГ с угловым (R-R-типа) и линейным (L-L-типа) осцилляторными видами движения ЧЭ. В

указанной статье проводится сравнительный анализ динамики таких приборов в рамках линейных моделей и даны рекомендации по выбору параметров ММГ, исходя из условий повышения чувствительности и обеспечения требуемой полосы пропускания, а также требований к линейности масштабного коэффициента.

При проектировании ММГ разработчики стремятся использовать явление внутреннего резонанса в системе, обусловленное совмещением собственных частот колебаний ЧЭ [3, 4]. Однако в работах [0, 7] отмечается, что погрешности технологии изготовления, неизвестные и непредсказуемые отклонения элементов конструкции от проектных положений приводят к дополнительным погрешностям в измерениях прибора.

Для повышения точности измерения угловой скорости ММГ поставлена цель: исследовать свободные колебания (при отсутствии управления) ЧЭ ММГ R-R-типа с учетом эффектов, возникающих из-за неортогональности осей торсионов. Этот дефект появляется в виду несовершенства технологии изготовления прибора. Ставятся задачи разработки новой математической модели динамики ММГ с учетом неортогональности осей торсионов, оценки ухода прибора и описания влияния неортогональности осей торсионов на динамику ЧЭ ММГ.

Материалы и методы. Рассматривается модельная конструкция вибрационного ММГ R-R-типа — конструкция с промежуточной рамкой в соответствии с классификацией из источника [3]. Кинематическая схема гироскопа (рис. 1) реализована в виде двухстепенного карданного подвеса ЧЭ.

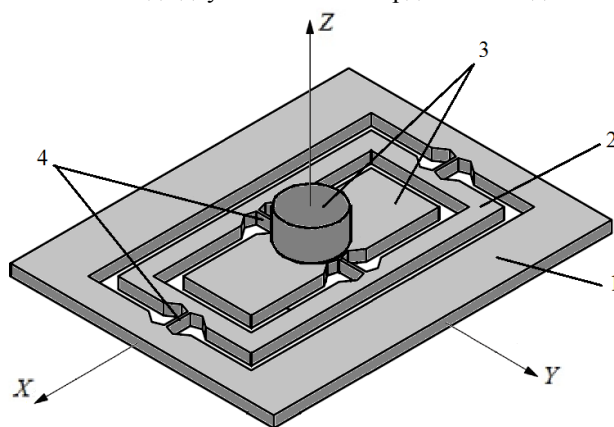


Рис. 1. Конструктивная схема прибора: 1 — основание (корпус); 2 — промежуточная (внешняя) рамка; 3 — чувствительный элемент, состоящий из сбалансированной пластины и инерционной массы; 4 — торсионы

Для описания положения ЧЭ введем системы координат (рис. 2), связанных: с корпусом прибора — $OXYZ$; с внешней рамкой упругого подвеса — $Ox_1y_1z_1$; с сбалансированной пластиной — $Oxyz$. Причем OZ является осью чувствительности гироскопа, а система координат $Ox_2y_2z_2$ отличается от системы $Ox_1y_1z_1$ поворотом на постоянный угол неортогональности всех торсионов. В представленных системах начало координат соответствует точке O и находится в геометрическом центре сбалансированной пластины.

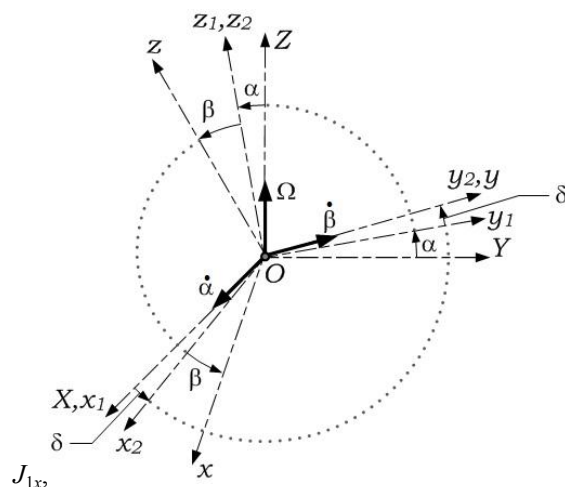


Рис. 2. Системы координат

В системе $Ox_1y_1z_1$ зададим осевые моменты инерции промежуточной рамки J_{1x}, J_{1y}, J_{1z} , а в системе $Oxyz$ — осевые моменты инерции ЧЭ J_{2x}, J_{2y}, J_{2z} . Отметим, что в данной работе оси систем координат $Ox_1y_1z_1$ и $Oxyz$ считаются главными центральными осями инерции промежуточной рамки и ЧЭ соответственно.

При моделировании движения ЧЭ принимается допущение, что конструкция торсионов обеспечивает бесконечную жесткость на изгиб. Положение ЧЭ относительно основания ММГ опишем двумя обобщенными координатами — углами α и β , а также малым постоянным углом δ , характеризующим неортогональность осей торсионов (рис. 2). Взаимное расположение систем координат определяется последовательностью элементарных поворотов:

$$OXYZ \xrightarrow[x]{\alpha} Ox_1y_1z_1 \xrightarrow[z_1]{\delta} Ox_2y_2z_2 \xrightarrow[y_2]{\beta} Oxyz,$$

где под каждой стрелкой указывается ось, вокруг которой происходит поворот против хода часовой стрелки на угол, указанный над соответствующей стрелкой.

Составим уравнения динамики ЧЭ ММГ в форме уравнений Лагранжа 2-го рода [9, 10]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \beta} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \beta}, \quad (1)$$

где $L = T - \Pi$ — функция Лагранжа; T и Π — кинетическая и потенциальная энергии системы соответственно; Φ — диссипативная функция, характеризующая потери на внутреннее трение. Выражения для этих величин имеют вид:

$$T = \frac{1}{2} (J_{2x} \omega_x^2 + J_{2y} \omega_y^2 + J_{2z} \omega_z^2) + \frac{1}{2} (J_{1x} \dot{\alpha}^2 + (J_{1y} \sin^2 \alpha + J_{1z} \cos^2 \alpha) \Omega^2),$$

$$\Phi = \frac{1}{2} d_\alpha \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} d_\beta \dot{\beta}^2, \quad \Pi = \frac{1}{2} c_\alpha \alpha^2 + \frac{1}{2} c_\beta \beta^2, \quad (2)$$

где d_α, d_β — коэффициенты трения; c_α, c_β — коэффициенты жесткости торсионов.

Выражения для проекций $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ угловой скорости ЧЭ на подвижные оси x, y, z имеют вид:

$$\omega_x = \dot{\alpha} \cos \beta \cos \delta - \Omega \cos \alpha \sin \beta + \Omega \sin \alpha \cos \beta \sin \delta,$$

$$\omega_y = \dot{\beta} + \Omega \sin \alpha \cos \delta - \dot{\alpha} \sin \delta,$$

$$\omega_z = \dot{\alpha} \sin \beta \cos \delta + \Omega \cos \alpha \cos \beta + \Omega \sin \alpha \sin \beta \sin \delta. \quad (3)$$

Учитывая малость углов α, β и δ , тригонометрические функции в выражениях (2) и (3) от указанных углов можно заменить их разложениями в ряд Тейлора, ограничившись слагаемыми до первого порядка малости. Тогда получим уравнения малых колебаний из уравнений движения (1), записанных с учетом выражений (2) и (3).

Используя формализм Лагранжа [9] в случае постоянной угловой скорости основания, получаем уравнения малых колебаний ЧЭ, записанные с точностью до слагаемых первого порядка малости в виде:

$$\ddot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha = j_1 \Omega \dot{\beta} - \frac{\omega_\alpha}{Q_\alpha} \dot{\alpha} + \frac{j_1}{j_2} \delta \ddot{\beta}, \quad \ddot{\beta} + \omega_\beta^2 \beta = -j_2 \Omega \dot{\alpha} - \frac{\omega_\beta}{Q_\beta} \dot{\beta} + \delta \ddot{\alpha}, \quad (4)$$

где введены следующие обозначения (аналогично тому, как это выполнено в статье [11]):

$$j_1 = \frac{J_{2x} + J_{2y} - J_{2z}}{J_{1x} + J_{2x}}, \quad j_2 = \frac{J_{2x} + J_{2y} - J_{2z}}{J_{2y}}, \quad \omega_\alpha = \sqrt{\frac{c_\alpha}{J_{1x} + J_{2x}}},$$

$$\omega_\beta = \sqrt{\frac{c_\beta}{J_{2y}}}, \quad Q_\alpha^{-1} = \frac{d_\alpha}{\omega_\alpha (J_{1x} + J_{2x})}, \quad Q_\beta^{-1} = \frac{d_\beta}{\omega_\beta J_{2y}}.$$

Здесь j_1, j_2 — безразмерные моменты инерции упругого подвеса; $\omega_\alpha, \omega_\beta$ и Q_α, Q_β — собственные частоты колебаний и добротности по углам α, β соответственно.

При выводе уравнений колебаний (4) угловая скорость корпуса гироскопа Ω считалась малой относительно собственной частоты ω_α , т.е. $|\Omega| \ll \omega_\alpha$, а также угол δ полагался малой величиной, т.е. $\delta \ll 1$. Отметим, что в уравнениях (4) отброшены слагаемые, обусловленные наличием геометрической нелинейности ММГ. Влияние нелинейности геометрии движения ЧЭ на динамику ММГ R-R-типа описано в монографии [5].

Принимая во внимание, что правые части уравнений (4) являются малыми возмущениями, т.е. $\ddot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha = O(\varepsilon)$, то с точностью до слагаемых первого порядка малости можно записать: $\ddot{\alpha} = -\omega_\alpha^2 \alpha + O(\varepsilon)$.

Таким образом, из правой части уравнений (4) исключаются вторые производные углов α и β .

Рассмотрим случай изотропного упругого подвеса, т. е. равенства собственных частот колебаний и равных добротностей:

$$\omega_\alpha = \omega_\beta = \omega_0, \quad Q_\alpha = Q_\beta = Q,$$

где ω_0 — характерное значение собственной частоты колебаний; Q — характерное значение добротности.

Отметим, что случай наличия разноточности ($Q_\alpha \neq Q_\beta$) и малой разноточности ($\omega_\alpha \neq \omega_\beta$) при исследовании свободных колебаний ЧЭ ММГ рассмотрен в статье [11]. При введенных обозначениях и принятых допущениях запишем уравнения движения ЧЭ с точностью до слагаемых первого порядка малости в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha &= j_1 \Omega \dot{\beta} - Q^{-1} \omega_0 \dot{\alpha} - \frac{j_1}{j_2} \delta \omega_0^2 \beta, \\ \ddot{\beta} + \omega_0^2 \beta &= -j_2 \Omega \dot{\alpha} - Q^{-1} \omega_0 \dot{\beta} - \delta \omega_0^2 \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Отметим, что система уравнений (5) приводится к стандартной форме записи регулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений с одной быстрой угловой переменной [12, 14]. Одним из распространенных способов нахождения решения регулярно возмущенных систем является использование асимптотических методов разделения движений [12–15].

Решение нелинейных уравнений (5) получим с помощью методики осреднения Крылова — Боголюбова [13], а в качестве медленно меняющихся переменных будем использовать переменные Ван-дер-Поля [12] p_1, q_1, p_2, q_2 :

$$\begin{aligned} \alpha &= p_1 \sin(\omega_0 t) + q_1 \cos(\omega_0 t), & \dot{\alpha} &= \omega_0 p_1 \cos(\omega_0 t) - \omega_0 q_1 \sin(\omega_0 t), \\ \beta &= p_2 \sin(\omega_0 t) + q_2 \cos(\omega_0 t), & \dot{\beta} &= \omega_0 p_2 \cos(\omega_0 t) - \omega_0 q_2 \sin(\omega_0 t). \end{aligned}$$

С помощью процедуры осреднения [14, 15] по явно входящему времени, получаем осредненную систему дифференциальных уравнений, разрешенную относительно производных медленных переменных Ван-дер-Поля:

$$\begin{aligned} p_1' &= -\frac{1}{2} Q^{-1} p_1 + \frac{j_1 \Omega}{2 \omega_0} p_2 - \frac{j_1 \delta}{2 j_2} q_2, & q_1' &= -\frac{1}{2} Q^{-1} q_1 + \frac{j_1 \Omega}{2 \omega_0} q_2 + \frac{j_1 \delta}{2 j_2} p_2, \\ p_2' &= -\frac{1}{2} Q^{-1} p_2 - \frac{j_2 \Omega}{2 \omega_0} p_1 - \frac{\delta}{2} q_1, & q_2' &= -\frac{1}{2} Q^{-1} q_2 - \frac{j_2 \Omega}{2 \omega_0} q_1 + \frac{\delta}{2} p_1. \end{aligned} \quad (6)$$

Штрихом в уравнениях (6) обозначено дифференцирование по безразмерному времени $\tau = \omega_0 t$.

Полученная модель в виде линейных дифференциальных уравнений описывает свободные колебания ЧЭ гироскопа на подвижном основании. Решение системы уравнений (6) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} p_1(\tau) &= \exp\left(-\frac{\tau}{2Q}\right) \left[p_{10} \cos(\sqrt{\nu^2 + \gamma^2} \tau) + \sqrt{\frac{j_1}{j_2}} \cdot \frac{(\nu p_{20} - \gamma q_{20})}{\sqrt{\nu^2 + \gamma^2}} \sin(\sqrt{\nu^2 + \gamma^2} \tau) \right], \\ q_1(\tau) &= \exp\left(-\frac{\tau}{2Q}\right) \left[q_{10} \cos(\sqrt{\nu^2 + \gamma^2} \tau) + \sqrt{\frac{j_1}{j_2}} \cdot \frac{(\gamma p_{20} + \nu q_{20})}{\sqrt{\nu^2 + \gamma^2}} \sin(\sqrt{\nu^2 + \gamma^2} \tau) \right], \\ p_2(\tau) &= \exp\left(-\frac{\tau}{2Q}\right) \left[p_{20} \cos(\sqrt{\nu^2 + \gamma^2} \tau) - \sqrt{\frac{j_2}{j_1}} \cdot \frac{(\nu p_{10} + \gamma q_{10})}{\sqrt{\nu^2 + \gamma^2}} \sin(\sqrt{\nu^2 + \gamma^2} \tau) \right], \\ q_2(\tau) &= \exp\left(-\frac{\tau}{2Q}\right) \left[q_{20} \cos(\sqrt{\nu^2 + \gamma^2} \tau) - \sqrt{\frac{j_2}{j_1}} \cdot \frac{(\gamma q_{10} - \nu p_{10})}{\sqrt{\nu^2 + \gamma^2}} \sin(\sqrt{\nu^2 + \gamma^2} \tau) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

где $p_{10} = p_1(0)$, $p_{20} = p_2(0)$, $q_{10} = q_1(0)$, $q_{20} = q_2(0)$ — начальные условия; безразмерная угловая скорость основания прибора $\nu = \sqrt{j_1 j_2} \Omega / (2 \omega_0)$; параметр, характеризующий неортогональность осей торсионов $\gamma = \sqrt{j_1} \delta / (2 \sqrt{j_2})$.

Вторые слагаемые в формулах (7) характеризуют перекрестное влияние первичных колебаний на вторичные колебания и наоборот. Отметим, что в случае ортогональных осей торсионов, когда $\gamma = 0$, решение (7) совпадает с результатами работы [5].

Полученные аналитические решения (7) уравнений колебаний представляют интерес для разработки методик идентификации параметров, а также прогнозирования ухода гироскопа и его учета при использовании методики алгоритмической компенсации погрешностей.

Результаты исследования. Для валидации разработанной модели сравним результаты моделирования, вычисленные по формулам (7), с экспериментальными данными. Измерительная информация получена с помощью системы наблюдения. В качестве измерительной информации электростатических датчиков имеем переменные Ван-дер-Поля p_1, q_1, p_2, q_2 .

В эксперименте использован образец прибора со следующими параметрами математической модели при неподвижном основании ($\nu = 0$): $Q = 3856$, $j_1 = j_2 = 1$, $\gamma = 0,2 \cdot 10^{-5}$, в качестве начальных условий для переменных Ван-дер-Поля выбраны значения равные измерениям в начальный момент времени:

$$p_{10} = 13,467 \cdot 10^{-3}, \quad q_{10} = 20,429 \cdot 10^{-3}, \quad p_{20} = 0,787 \cdot 10^{-3}, \quad q_{20} = 1,172 \cdot 10^{-3}.$$

Значение параметра γ соответствует углу неортогональности осей торсионов δ равному одной угловой секунде. Графическое представление зависимостей переменных Ван-дер-Поля $p_1(\tau)$, $q_1(\tau)$, $p_2(\tau)$, $q_2(\tau)$ медленно меняющихся с течением безразмерного времени, приведено на рисунке 3.

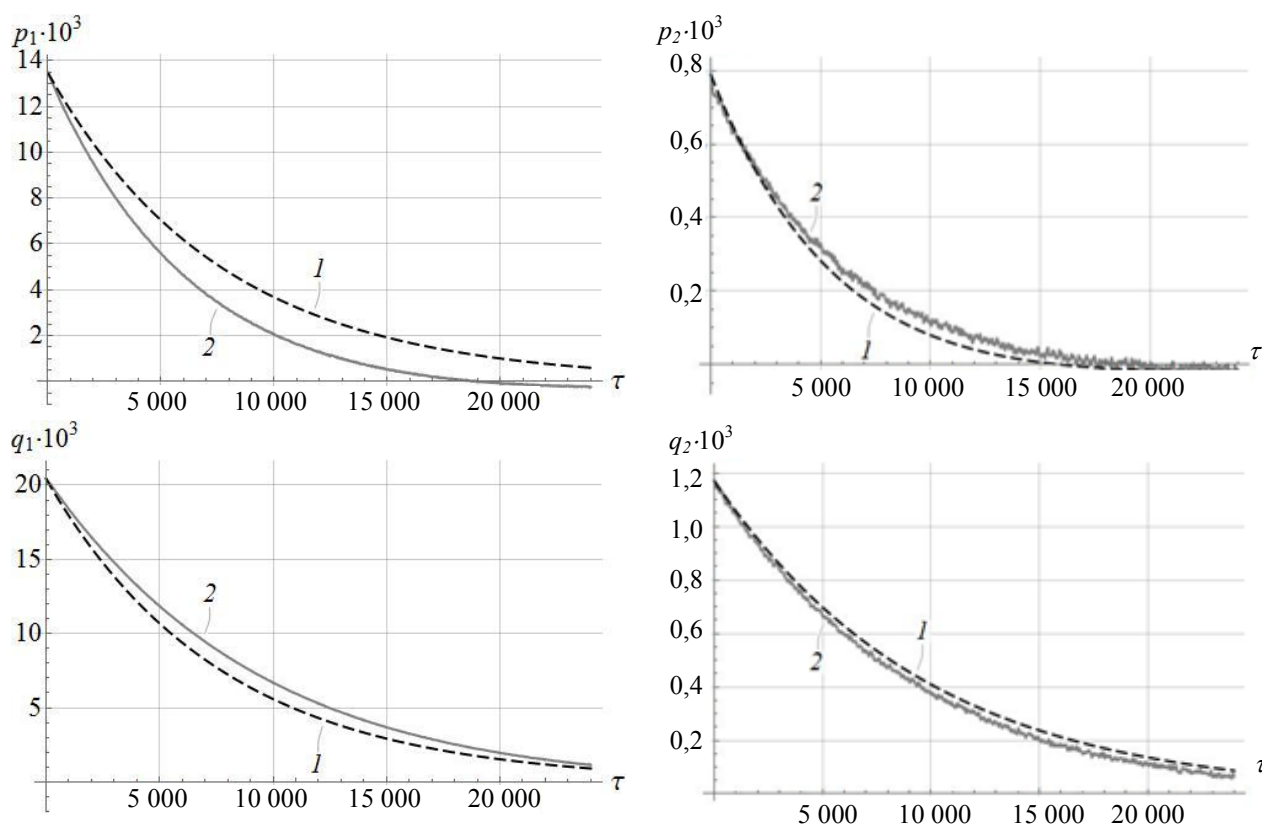


Рис. 3. Зависимости переменных Ван-дер-Поля: 1 — результаты моделирования; 2 — экспериментальные данные

Графики (рис. 3) демонстрируют значительное совпадение зависимостей для переменных p_2, q_2 , полученных по результатам моделирования, с экспериментальными данными. Зависимости для переменных p_1, q_1 , полученные по результатам моделирования, качественно согласуются с данными эксперимента, а наблюдаемые небольшие количественные отклонения могут быть обусловлены нелинейными эффектами, такими как нелинейность геометрии движения ЧЭ [5], или явлениями разнородности, разночастотности и погрешностью смещения инерционной массы [11]. Рассмотрение нелинейных эффектов, влияющих на динамику ММГ, при построении математических моделей колебаний ЧЭ увеличивает точность микромеханических датчиков в составе инерциальных навигационных систем [2].

Уход гироскопа из-за нелинейных эффектов и других инструментальных погрешностей будем оценивать с помощью вспомогательного функционала I [5, 6, 8]:

$$I = \frac{2\sqrt{j_1 j_2} (q_1 q_2 + p_1 p_2)}{j_2 (q_1^2 + p_1^2) - j_1 (q_2^2 + p_2^2)}, \quad (8)$$

который связан с углом θ через соотношение:

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan(I).$$

Причем этот параметр пропорционален интегралу от угловой скорости:

$$\theta = -\frac{\sqrt{J_1 J_2}}{2} \int_0^{\tau} \Omega(\tau_1) d\tau_1.$$

С помощью формулы (8), учитывая решение (7), можно оценивать уход гироскопа, связанный с неортогональностью осей торсионов, возникшей из-за несовершенства технологии изготовления. На рис. 4. представлены зависимости функционала I от безразмерного времени по результатам эксперимента и расчета по формуле (8).

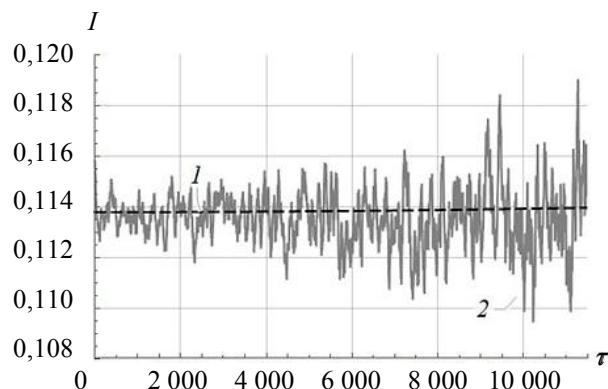


Рис. 4. Зависимость функционала $I(\tau)$: 1 — результаты моделирования; 2 — экспериментальные данные

Близость оценки ухода (рис. 4) и переменных Ван-дер-Поля (рис. 3), полученных аналитически, с экспериментальными данными характеризуют хорошую точность построенной модели, особенно если учесть тот факт, что в ней пренебрегались нелинейные эффекты, а также явления разночастотности и разносторонности. Несмотря на указанные пренебрежения, модель позволяет построить методики идентификации параметров, с помощью которых можно уточнить зависимости, полученные при моделировании. Применение методик идентификации параметров математической модели приведет к повышению точности ММГ в режиме вынужденных колебаний, который является рабочим режимом гироскопов.

Обсуждение и заключения. Построена новая математическая модель ММГ R-R-типа для режима свободных колебаний ЧЭ. В модели учитывается неортогональность осей торсионов, возникающая в следствие технологической невозможности обеспечить высокую точность изготовления прибора. Получена формула оценки угла прецессии при подвижном основании прибора. Посредством сравнения результатов моделирования с данными эксперимента проведена валидация математической модели ММГ. Показано, что неортогональность осей торсионов приводит к перекрестному влиянию первичных колебаний на величину вторичных колебаний и наоборот. Результаты работы могут быть использованы в алгоритме аналитической компенсации погрешности гироскопа с целью повышения точности ММГ.

Библиографический список

1. Peshekhonov, V. G. Gyroscopic navigation systems: Current status and prospects / V. G. Peshekhonov // Gyroscopy and Navigation. — 2011. — Vol. 2 (3). — P. 111–118.
2. Журавлев, В. Ф. Управляемый маятник Фуко как модель одного класса свободных гироскопов / В. Ф. Журавлев // Известия РАН. Механика твердого тела. — 1997. — Вып. 6. — С. 27–35.
3. Распопов, В. Я. Микромеханические приборы / В. Я. Распопов. — Москва : Машиностроение, 2007. — 400 с.
4. Неаполитанский, А. С. Микромеханические вибрационные гироскопы / А. С. Неаполитанский, Б. В. Хромов. — Москва : Когито-центр, 2002. — 122 с.
5. Меркурьев, И. В. Динамика микромеханического и волнового твердотельного гироскопов / И. В. Меркурьев, В. В. Подалков. — Москва : Физматлит, 2009. — 228 с.
6. Electronic Gain Error Compensation for Whole-Angle Coriolis Vibrating Gyroscopes with High Q Factor / Yongmeng Zhang, Tongqiao Miao, Kechen Guo [et al.] // In: Proc. IEEE Int. Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL). — 2020. — P. 1–4. <https://doi.org/10.1109/INERTIAL48129.2020.9090062>
7. Apostolyuk, V. Theory and Design of Micromechanical Vibratory Gyroscopes / V. Apostolyuk // MEMS/NEMS Handbook. — 2006. — Vol. 1, chapter 6. — P. 173–195. https://doi.org/10.1007/0-387-25786-1_6
7. Wei Wang. Design of a Novel MEMS Gyroscope Array / Wei Wang, Xiaoyong Lv, Feng Sun // Sensors. — 2013. — Vol. 13 (2). — P. 1651–1663.

8. Askari, S. High quality factor MEMS gyroscope with whole angle mode of operation / Sina Askari, Mohammad H. Asadian, Andrei M. Shkel // In: Proc. IEEE Int. Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL). — 2018. — Vol. 12 (6). — P. 141–144. <https://doi.org/10.1109/ISISS.2018.8358148>
9. Маркеев, А. П. Теоретическая механика / А. П. Маркеев. — Москва, Ижевск : РХД, 2007. — 592 с.
10. Теоретическая механика / С. В. Болотин, А. В. Карапетян, Е. И. Кугушев, Д. В. Трещев. — Москва : Академия, 2010. — 432 с.
11. Сайпулаев, М. Р. Динамика и точность микромеханического гироскопа с учетом смещения инерционной массы / М. Р. Сайпулаев, И. В. Меркурьев // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. — 2020. — Вып. 3. — С. 49–62. <https://doi.org/10.18101/2304-5728-2020-3-49-62>
12. Asymptotic Methods in Mechanics of Solids / Andrei L. Smirnov, Sergei Filippov, Petr E. Tovstik [et al.] — Birkhäuser Basel: International Series of Numerical Mathematics; 2015. — 323 p.
13. Awrejcewicz, J. Introduction to asymptotic methods / J. Awrejcewicz, V. A. Krysko. — Boca Raton FL: Chapman & Hall / CRC; 2006. — 242 p.
14. Burd, V. Method of Averaging for Differential Equations on an Infinite Interval: Theory and Applications / V. Burd. — Chapman & Hall/CRC; 2007. — 343 p.
15. Медведев, Г. Н. Лекции по методу усреднения / Г. Н. Медведев. — Москва : Физический факультет МГУ, 2019. — 109 с.

Поступила в редакцию 28.06.2021

Поступила после рецензирования 19.07.2021

Принята к публикации 19.07.2021

Об авторах:

Сайпулаев Муса Русланович, аспирант кафедры «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин», ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ» (111250, РФ, г. Москва, ул. Красноказарменная, д. 14), инженер 1 категории НИИ ПМ им. академика В. И. Кузнецова (111024, РФ, г. Москва, ул. Пруд-Ключики, д. 12А), ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-5165-654X>, saypulaevmr@mail.ru

Меркурьев Игорь Владимирович, заведующий кафедрой «Робототехника, мехатроника, динамика и прочность машин», ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ» (111250, РФ, г. Москва, ул. Красноказарменная, д. 14), доктор технических наук, доцент, ScopusID: [35422634900](https://orcid.org/0000-0001-7682-2228), ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7682-2228>, nir4s@ya.ru

Соловьёв Алексей Владимирович, начальник отделения «Инерциальные приборы и датчики», ФГУП «Научно-исследовательский институт прикладной механики им. академика В. И. Кузнецова» (111024, РФ, г. Москва, ул. Пруд-Ключики, д. 12А), кандидат технических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1345-1778>, AV.Solovev@russian.space

Тарасов Александр Николаевич, начальник отдела «Инерциальные приборы и датчики», ФГУП «Научно-исследовательский институт прикладной механики им. академика В. И. Кузнецова» (111024, РФ, г. Москва, ул. Пруд-Ключики, д. 12А), кандидат технических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3657-5733>, A.Tarasov@russian.space

Заявленный вклад соавторов:

М. Р. Сайпулаев — формирование основной концепции, задачи и цели исследования, построение математической модели и получение аналитического решения уравнений колебаний, проведение моделирования, подготовка текста, формирование выводов; И. В. Меркурьев — научное руководство, анализ результатов исследований, доработка текста, корректировка выводов; А. В. Соловьёв — обсуждение результатов исследования, доработка текста; А. Н. Тарасов — проверка сравнительного анализа экспериментальных данных и результатов моделирования, обсуждение результатов исследования.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

МЕХАНИКА MECHANICS



УДК 539.3

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-239-246>

Действие вертикальной силы, движущейся по произвольному закону, на бесконечную пластину

А. В. Галабурдин  

ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

 Galaburdin@mail.ru

Введение. Рассматривается метод решения задачи о действии вертикальной силы, движущейся по произвольному закону, на бесконечную пластину. Данный метод и полученные результаты могут использоваться при изучении действия подвижной нагрузки на различные конструкции.

Материалы и методы. Разработан оригинальный метод решения задач о действии на бесконечную пластину, лежащую на упругом основании, вертикальной силы, движущейся произвольно по незамкнутой кривой произвольной формы. Для этого используется фундаментальное решение дифференциального уравнения динамики пластины, лежащей на упругом основании. Считается, что движение силы начинается в достаточно удаленный момент времени. Поэтому начальные условия в такой постановке задачи отсутствуют. При определении фундаментального решения выполняется преобразование Фурье по времени. При обращении преобразования Фурье изображение раскладывается по параметру преобразования в ряд по полиномам Эрмита.

Результаты исследования. Представлено решение задачи о бесконечной пластине, лежащей на упругом основании, по которой с переменной скоростью движется сосредоточенная сила. В качестве траектории рассматривалась гладкая незамкнутая кривая, состоящая из прямых и дуг окружностей. Изучается поведение компонент вектора перемещений и тензора напряжений в месте расположения движущейся силы, а также процесс распространения энергии волн, для чего рассматривается изменение вектора плотности потока энергии Умова-Пойнтинга. Исследуется влияние на перемещения, напряжения и распространение упругих волн скорости и ускорения перемещения силы. Изучается влияние формы траектории движения силы на напряженно-деформированное состояние пластины и на характер распространения упругих волн. Результаты свидетельствуют о том, что метод достаточно устойчив в широких пределах изменения скорости движения силы.

Обсуждение и заключения. Проведенные расчеты показали, что наиболее существенным фактором, влияющим на напряженно-деформированные состояния пластины и на распространение энергии упругих волн вблизи сосредоточенной силы, является скорость ее движения. Данные результаты будут полезны при изучении динамических процессов, порождаемых подвижной нагрузкой.

Ключевые слова: бесконечная пластина, движущаяся нагрузка, произвольная незамкнутая траектория, переменная скорость, энергия упругих волн.

Для цитирования: Галабурдин, А. В. Действие вертикальной силы, движущейся по произвольному закону, на бесконечную пластину / А. В. Галабурдин // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т.21, № 3 — С. 239–246. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-239-246>

© Галабурдин А. В., 2021



An infinite plate loaded with a normal force moving along a complex open trajectory

A. V. Galaburdin  

Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

 Galaburdin@mail.ru

Introduction. A method for solving the problem on the action of a normal force moving on an infinite plate according to an arbitrary law is considered. This method and the results obtained can be used to study the effect of a moving load on various structures.

Materials and Methods. An original method for solving problems of the action of a normal force moving arbitrarily along a freeform open curve on an infinite plate resting on an elastic base, is developed. For this purpose, a fundamental solution to the differential equation of the dynamics of a plate resting on an elastic base is used. It is assumed that the movement of force begins at a sufficiently distant moment in time. Therefore, there are no initial conditions in this formulation of the problem. When determining the fundamental solution, the Fourier transform is performed in time. When the Fourier transform is inverted, the image is expanded in terms of the transformation parameter into a series in Hermite polynomials.

Results. The solution to the problem on an infinite plate resting on an elastic base, along which a concentrated force moves at a variable speed, is presented. A smooth open curve, consisting of straight lines and arcs of circles, was considered as a trajectory. The behavior of the components of the displacement vector and the stress tensor at the location of the moving force is studied, as well as the process of wave energy propagation, for which the change in the Umov-Poynting energy flux density vector is considered. The effect of the speed and acceleration of the force movement on the displacements, stresses and propagation of elastic waves is investigated. The influence of the force trajectory shape on the stress-strain state of the plate and on the nature of the propagation of elastic waves is studied. The results indicate that the method is quite stable within a wide range of changes in the speed of force movement.

Discussion and Conclusions. The calculations have shown that the most significant factor affecting the stress-strain states of the plate and the propagation of elastic wave energy near the concentrated force is the speed of its movement. These results will be useful under studying dynamic processes generated by a moving load.

Keywords: infinite plate, moving load, arbitrary open trajectory, variable speed, energy of elastic waves.

For citation: A. V. Galaburdin. An infinite plate loaded with a normal force moving along a complex open trajectory. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 3, pp. 239–246. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-239-246>

Введение. Закономерности динамических процессов в твердых средах, вызванных действием подвижной нагрузки, представляют значительный интерес, а решения подобных задач находят многочисленные приложения и предполагают использование разнообразных методов. В ряде работ для исключения времени из числа независимых переменных вводилась подвижная система координат [1–2] или рассматривалась квазистатическая постановка задачи [3–6]. При решении указанных задач достаточно эффективными оказались метод конечных элементов [7], вариационные [8–10], а также прямые методы [11–13]. В работах [14–15] применялся метод граничных интегральных уравнений, а в работе [16] — метод, основанный на применении фундаментальных решений соответствующих дифференциальных уравнений. В настоящей работе этот метод применяется для решения задачи о действии на бесконечную пластину, лежащую на упругом основании, вертикальной силы, движущейся по незамкнутой кривой произвольной формы.

Постановка задачи. Следуя [17, 18], указанная задача сводится к решению уравнения:

$$\Delta^2 U + c^{-2} \partial_t^2 U + kU = \frac{P}{D}, \quad (1)$$

где U — прогиб пластины; $D = \frac{EH^3}{12(1-\mu^2)}$; E — модуль Юнга; μ — коэффициент Пуассона; H — толщина пластины; $c^{-2} = \frac{\rho H}{D}$; ρ — плотность материала пластины; $k = \frac{k_o}{D}$; k_o — коэффициент жесткости упругого основания.

Решение данного уравнения соответствует потоку энергии, направленному от источников возбуждения в бесконечность. Будем полагать:

$$P = \delta(x - x_o(t))\delta(y - y_o(t)).$$

Данная сила перемещается по незамкнутой траектории γ , начало и конец которой уходят в бесконечность.

Параметрическое задание траектории имеет вид: $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$, где t — время. Считается, что сила начинает

движение в начале траектории, расположенном на достаточном удалении от того места, в котором исследуется ее воздействие на пластину в момент времени $t = -\infty$. Поэтому начальные условия в такой постановке отсутствуют.

Материалы и методы. Рассмотрим фундаментальное решение уравнения (1), которое можно получить из уравнения:

$$\Delta^2 W + c^{-2} \partial_t^2 W + kW = \frac{1}{D} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(t - \tau). \quad (2)$$

Известно, что решение уравнения (1) можно представить в виде:

$$U(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \iint_{R^2} W(x, x_0, y, y_0, t - \tau) P(x_0, y_0, \tau) dx_0 dy_0 d\tau.$$

В нашем случае с учетом конкретного вида движущейся силы имеем:

$$U(x, y, t) = \int_{-\infty}^{\infty} W(x, x_0(\tau), y, y_0(\tau), t - \tau) d\tau.$$

Применяя преобразование Фурье по времени к уравнению (2), получим дифференциальное уравнение:

$$\Delta^2 W_0 - \omega^2 c^{-2} W_0 + kW_0 = \frac{1}{D} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) e^{i\omega\tau}. \quad (3)$$

Используя принцип предельного поглощения и преобразование Фурье по переменным x и y , и при условии $k > \frac{\omega^2}{c^2}$ можно получить решение уравнения (3):

$$W_0\left(x, x_0, y, y_0, \frac{\omega^2}{c^2}\right) = \frac{i}{4\pi\chi^2 D} [K_0(\alpha_1 R) - K_0(\alpha_2 R)],$$

где $R = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]^{1/2}$; $\chi = \sqrt{k - \omega^2/c^2}$; $\alpha_1 = \chi e^{i\pi/4}$; $\alpha_2 = \chi e^{-i\pi/4}$; $K_0(z)$ — функция Макдональда.

При условии $k \leq \frac{\omega^2}{c^2}$ решение уравнения (3) выглядит следующим образом:

$$W_0(x, x_0, y, y_0, \omega^2/c^2) = \frac{i}{4\pi\chi^2 D} \left[\frac{\pi i}{2} H_0^{(1)}(\chi R) - K_0(\chi R) \right],$$

где $\chi = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k}$; $H_0^{(1)}(z)$ — функция Ганкеля.

Для обращения преобразования Фурье решение $W_0(x, x_0, y, y_0, \omega^2/c^2)$ раскладывается по переменной $\frac{\omega}{c}$ в ряд по системе ортогональных функций $\left\{ e^{-\omega^2/c^2} H_k\left(\frac{\omega}{c}\right) \right\}$, где $H_k(z)$ — полиномы Эрмита.

Учитывая, что функция $W_0(x, x_0, y, y_0, \frac{\omega^2}{c^2})$ является четной по $\frac{\omega}{c}$, в разложении будут присутствовать только четные слагаемые. Тогда:

$$W_0(x, x_0, y, y_0, \omega^2/c^2) = \sum_{k=0}^{\infty} w_{2k}(x, x_0, y, y_0) e^{-\omega^2/2c^2} H_{2k}\left(\frac{\omega}{c}\right), \text{ где}$$

$$w_{2k}(x, x_0, y, y_0) = \frac{1}{(2k)! 2^{2k} \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} W_0(x, x_0, y, y_0, z^2) e^{-z^2/2} H_{2k}(z) dz.$$

Учитывая соотношение:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2/2c^2} H_{2k}\left(\frac{\omega}{c}\right) e^{-i\omega t} d\omega = 2c \sqrt{\frac{\pi}{2}} (-1)^k e^{-c^2 t^2/2} H_{2k}(ct),$$

получим:

$$W_0(x, x_0, y, y_0, t) = 2c \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k w_{2k}(x, x_0, y, y_0) e^{-c^2 t^2/2} H_{2k}(ct).$$

В этом случае решение исходного дифференциального уравнения будет иметь вид:

$$U(x, y, t) = 2c \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k w_{2k}(x, x_0(\tau), y, y_0(\tau)) e^{-c^2(t-\tau)^2/2} H_{2k}(c(t-\tau)) d\tau.$$

Сделав замену переменной интегрирования, получим:

$$U(x, y, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_0\left(x, x_0\left(t - \frac{s\sqrt{2}}{c}\right), y, y_0\left(t - \frac{s\sqrt{2}}{c}\right), 2\tau^2\right) \frac{2\sqrt{2}(-1)^k}{(2k)! 2^{2k}} e^{-(s^2+\tau^2)} H_{2k}(s\sqrt{2}) H_{2k}(\tau\sqrt{2}) ds d\tau.$$

Такой вид решения позволяет для вычисления интеграла применить квадратурную формулу Гаусса-Эрмита.

Чтобы улучшить сходимость ряда использовался метод Куммера. Следуя этому методу, необходимо подобрать ряд, сумма которого известна, а разность исходного ряда и ряда подобранного должна представлять быстро сходящийся ряд. В качестве такого ряда можно взять:

$$U^*(x, y, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_0\left(x, x_0\left(t - s\sqrt{2}/c\right), y, y_0\left(t - s\sqrt{2}/c\right), q\right) \frac{2\sqrt{2}(-1)^k}{(2k)! 2^{2k}} e^{-(s^2+\tau^2)} H_{2k}(s\sqrt{2}) H_{2k}(\tau\sqrt{2}) ds d\tau,$$

где q — некоторая неотрицательная величина.

Проинтегрировав по переменной τ и просуммировав, получим:

$$U^*(x, y, t) = \pi c \sqrt{2} W_0(x, x_0(t), y, y_0(t), q).$$

Окончательно для решения уравнения (1) получим следующее выражение:

$$U(x, y, t) = U^*(x, y, t) + \sum_{k=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (W_0(x, x_0(t - s\sqrt{2}/c), y, y_0(t - s\sqrt{2}/c), 2\tau^2) - W_0(x, x_0(t - s\sqrt{2}/c), y, y_0(t - s\sqrt{2}/c), q)) \times \frac{2\sqrt{2}(-1)^k}{(2k)! 2^{2k}} e^{-(s^2 + \tau^2)} H_{2k}(s\sqrt{2}) H_{2k}(\tau\sqrt{2}) ds d\tau.$$

Для суммирования ряда применялся способ средних арифметических. При этом полагалось: $q = 0$.

Определив прогибы пластины, можно по известным формулам вычислить остальные компоненты вектора перемещения и тензора напряжений в любой ее точке. Для анализа перемещения энергии упругих волн в пластине вычислялся вектор плотности потока энергии Умова-Пойнтинга:

$$\vec{E} = -(\sigma_x \dot{u} + \sigma_{xy} \dot{v}) \vec{i} - (\sigma_{xy} \dot{u} + \sigma_y \dot{v}) \vec{j}.$$

Результаты исследования. Проведены расчеты для случая, когда сила движется по траектории, состоящей из прямых и дуг окружностей (рис. 1). При этом принимались следующие значения параметров: $H = 0,25$ м; $c = 221$ м/с; $E = 232469$ Н/м²; $\mu = 0,36$; $K = 1,864$ м⁻⁴. Параметры закона движения силы по траектории подбирались таким образом, чтобы в рассматриваемый момент времени сила всегда находилась в одной и той же точке траектории, отмеченной звездочкой, имея различные значения скорости v и ускорения a , а также при разных значениях радиуса траектории R_2 . Для изучения напряженно-деформированного состояния пластины вычислялись перемещения и напряжения вблизи точки приложения силы.

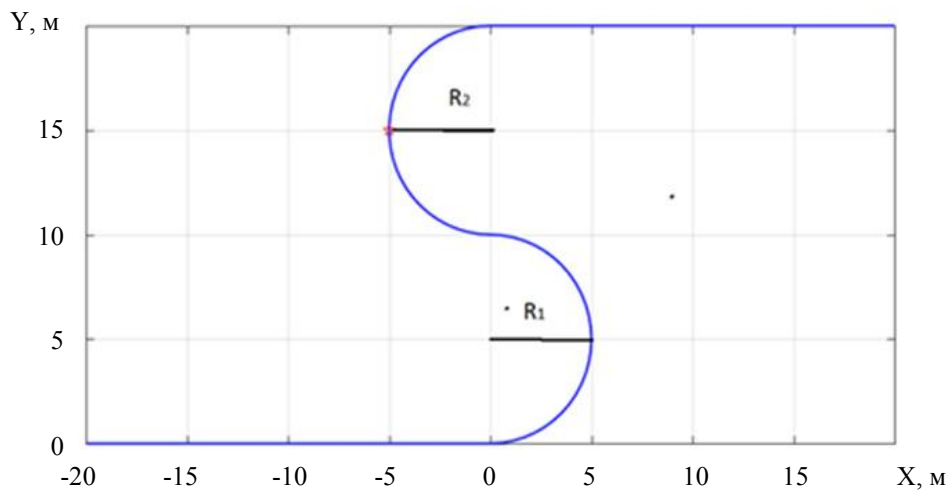


Рис. 1. Траектория движения сосредоточенной силы

На рис. 2, 3 представлено изменение перемещений и напряжений при движении сосредоточенной силы по заданной траектории при $v = 25$ м/с, $a = 0$ м/с², $R_2 = 5$ м. Изменение указанных величин вдоль оси Y практически не отличается от их изменения вдоль оси X .

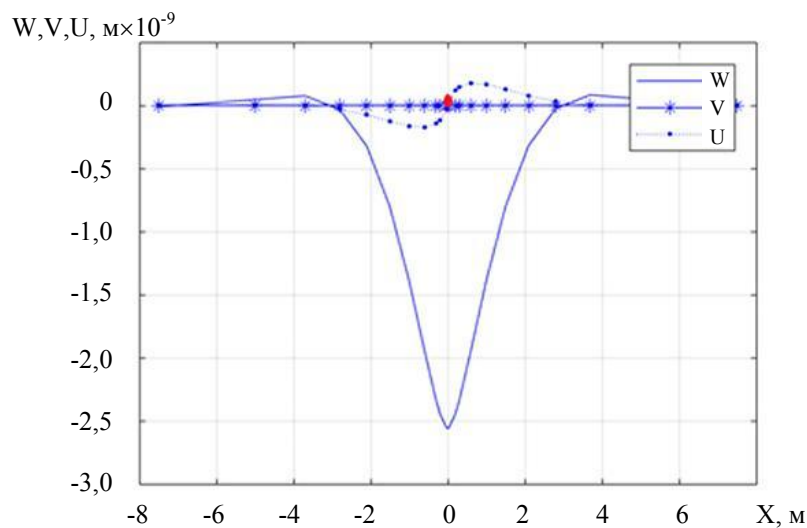


Рис. 2. Изменение перемещений: W — вертикальное; U — вдоль оси X; V — вдоль оси Y

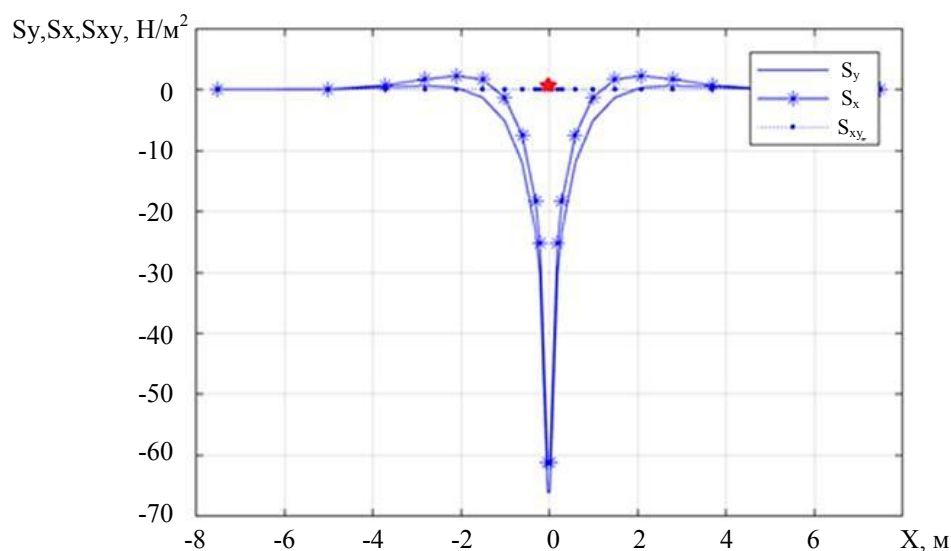


Рис. 3. Изменение напряжений:
W — вертикальное; U — вдоль оси X; V — вдоль оси Y

На рис. 4 представлено перемещение энергии упругих волн вблизи сосредоточенной силы, положение которой на траектории обозначено красной точкой. Векторы определяют количество и направление переноса энергии в данной точке.

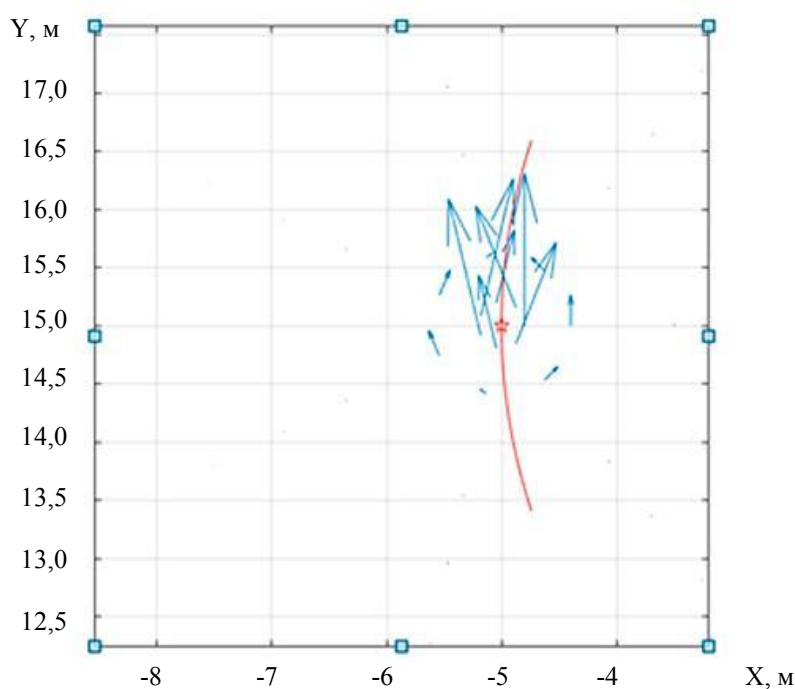
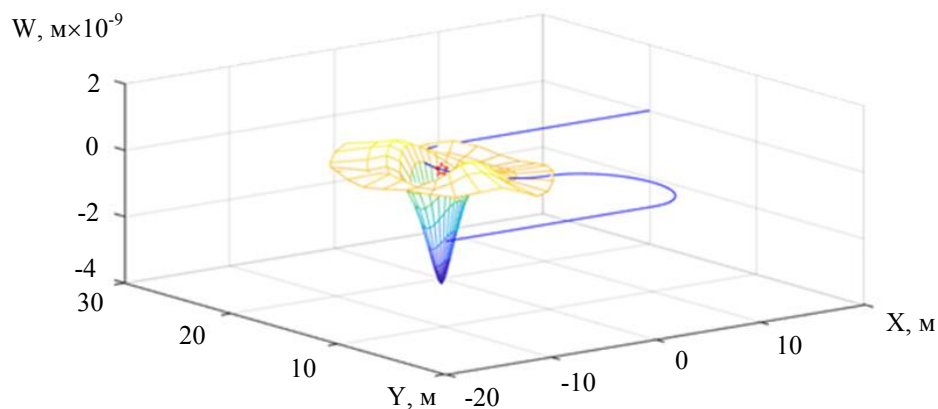
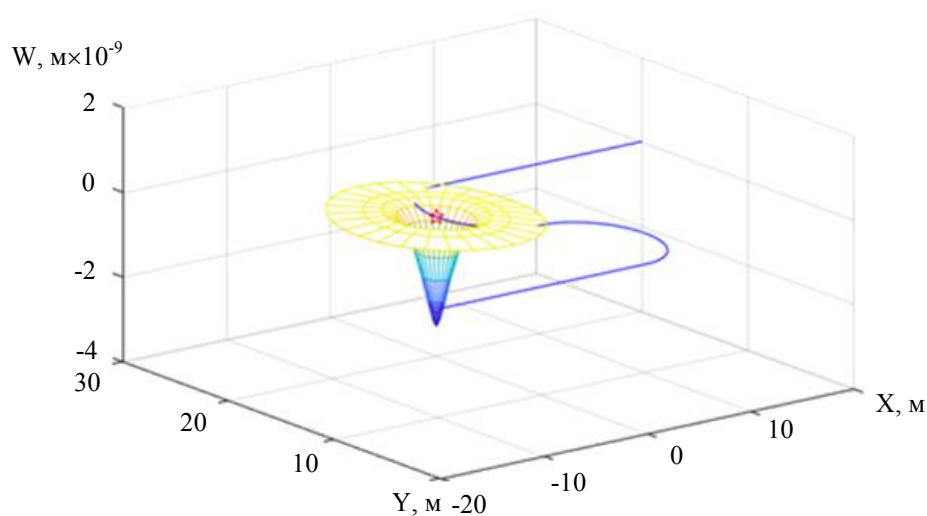


Рис. 4. Вектор плотности потока энергии при $v = 25$ м/с, $a = 0$ м/с², $R_2 = 5$ м

Расчеты показали, что при увеличении скорости движения силы качественного изменения перемещений и напряжений не происходит, а происходит лишь их количественный рост. Незначительное изменение качественного поведения перемещений и напряжений наблюдается только при достаточно больших скоростях, когда выполняется условие $v > c$. Это следует из рис. 5, 6 ($a = 0$ м/с², $R_2 = 5$ м).

Рис. 5. Изменение вертикальных перемещений при $v = 275$ м/сРис. 6. Изменение вертикальных перемещений при $v = 75$ м/с

На рис. 7, 8 представлено изменение максимальных вертикальных перемещений W и напряжений S_x , S_y в зависимости от скорости движения силы при $a = 0$ м/с², $R_2 = 5$ м. Остальные компоненты перемещений и напряжений принимали достаточно малые значения и поэтому не представляли конструктивного интереса при анализе напряженно-деформированного состояния пластины.

Вычисления, проведенные при различных значениях ускорения и радиуса R_2 , показали, что эти факторы слабо влияют на напряженно-деформированное состояние пластины. Также слабо зависит от указанных факторов качественная картина распространения энергии волн вблизи сосредоточенной силы.

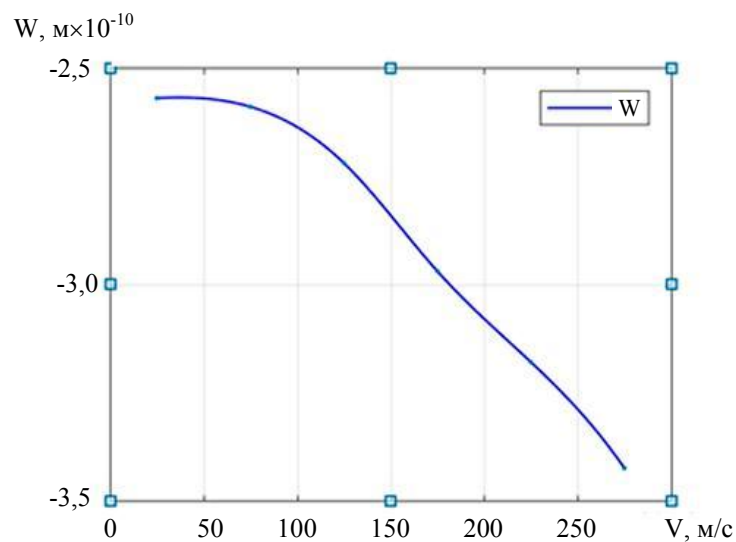


Рис. 7. Зависимость максимальных вертикальных перемещений от скорости движения сосредоточенной силы

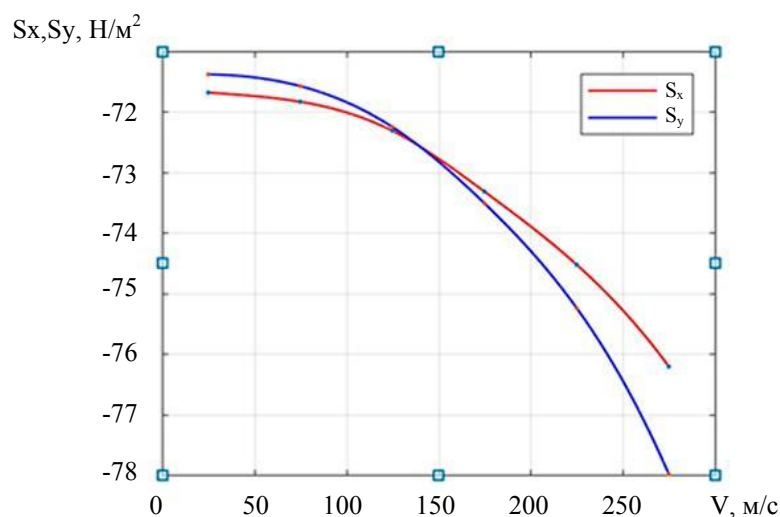


Рис. 8. Зависимость максимальных напряжений от скорости движения сосредоточенной силы

Обсуждение и заключения. Наиболее существенное влияние на напряженно-деформированное состояние пластины и распространение энергии упругих волн вблизи сосредоточенной силы оказывает скорость ее движения. Радиус кривизны траектории и ускорение движения силы влияют незначительно.

Результаты расчета свидетельствуют о том, что метод решения задач о действии подвижной нагрузки достаточно устойчив в широких пределах изменения скорости ее движения. Метод экономичен и прост, т. к. в нем используются уже известные фундаментальные решения.

Библиографический список

1. Onur Şahin. Response of a 3D elastic half-space to a distributed moving load / Onur Şahin, Barış Erbaş, Nihal Ege // Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics. — 2017. — Vol. 46 (5). — P. 817–828. <https://doi.org/10.15672%20/HJMS.2017.434>
2. Динамика слоистого полупространства под действием движущейся и осциллирующей нагрузки / В. В. Калинин, Т. И. Белянкова, Г. Шмид, А. Тосецки // Вестник Южного научного центра РАН. — 2005. — Т. 1, № 1. — С. 3–11.
3. Yuyan Chen. Dynamic response of an elastic plate on a cross-anisotropic poroelastic halfplane to a load moving on its surface / Yuyan Chen, Niki D. Beskou, Jiang Qian // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. — 2018. — Vol. 107. — P. 292–302. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2018.01.038>
4. Kaplunov, J. The edge wave on an elastically supported Kirchhoff plate / Julius Kaplunov, Danila A. Prikazchikov, Graham A. Rogerson // The Journal of the Acoustical Society of America. — 2014. — Vol. 136 (4). — P. 1487–1490. <https://doi.org/10.1121/1.4894795>
5. Егорычев, О. О. Воздействие подвижной нагрузки на многослойную вязкоупругую пластину, лежащую на вязкоупругом основании / О. О. Егорычев // Вестник Московского государственного строительного университета. — 2007. — Вып. 1. — С. 39–42.
6. Динамическое поведение безграничной упругой пластинки при воздействии подвижной (бегущей) нагрузки / М. Ж. Досжанов, Е. Н. Искак, Б. Ж. Сактаганов [и др.] // Путь науки. — 2016. — Т. 1, № 11 (33). — С. 26–28.
7. Шишмарев, К. А. Постановка задачи о вязкоупругих колебаниях ледовой пластины в канале в результате движения нагрузки / К. А. Шишмарев // Известия Алтайского государственного университета. — 2015. — № 1/2 (85). — С. 189–194. [https://doi.org/10.14258/izvasu\(2015\) 1.2-35](https://doi.org/10.14258/izvasu(2015) 1.2-35)
8. Dyniewicz, B. Vibrations of a Mindlin plate subjected to a pair of inertial loads moving in opposite directions / Bartłomiej Dyniewicz, Dominik Pisarski, Czesław I. Bajer // Journal of Sound and Vibration. — 2017. — Vol. 386. — P. 265–282. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.09.027>
9. Esen, I. A new finite element for transverse vibration of rectangular thin plates under a moving mass / Ismail Esen // Finite Elements in Analysis and Design. — 2013. — Vol. 66. — P. 26–35. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2012.11.005>
10. Song Qinghua. Vibration analysis of functionally graded plate with a moving mass / Song Qinghua, Shi Jiahao, Liu Zhanqiang // Applied Mathematical Modelling. — 2017. — Vol. 46. — P. 141–160. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.01.073>

11. Parametric study of dynamic response of sandwich plate under moving loads / Qinghua Song, Zhanqiang Liu, Jiahao Shi, Yi Wan // Thin-Walled Structures. — 2018. — Vol. 123. — P. 82–99. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.11.012>
12. Time-domain structural-acoustic analysis of composite plates subjected to moving dynamic loads / Yegao Qu, Wenming Zhang, Zhike Peng, Guang Meng // Composite Structures. — 2019. — Vol. 208. — P. 574–584. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.09.103>
13. Foyouzat, M. A. An analytical-numerical solution to assess the dynamic response of viscoelastic plates to a moving mass / M. A. Foyouzat, H. E. Estekanchi, M. Mofid // Applied Mathematical Modelling. — 2018. — Vol. 54. — P. 670–696. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2017.07.037>
14. Галабурдин, А. В. Применение метода граничных интегральных уравнений к решению связанных задач термоупругости с подвижной нагрузкой / А. В. Галабурдин // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. — 2012. — № 4. — С. 29–31.
15. Галабурдин, А. В. Применение метода граничных интегральных уравнений к решению задач о движущейся нагрузке / А. В. Галабурдин // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. — 2015. — № 1. — С. 9–11.
16. Галабурдин, А. В. Задача о бесконечной пластине, нагруженной нормальной силой, движущейся по сложной траектории / А. В. Галабурдин // Вестник Донского государственного технического университета. — 2019. — Т. 19, № 3. — С. 208–213. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-208-213>
17. Бабаков, И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. — Москва : Наука, 1968. — 560 с.
18. Бреббия, К. Методы граничных уравнений / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел. — Москва : Мир, 1987. — 524 с.

Поступила в редакцию 26.07.2021

Поступила после рецензирования 09.08.2021

Принята к публикации 09.08.2021

Об авторе:

Галабурдин Александр Васильевич, доцент кафедры «Математика и информатика», ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет», (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат физико-математических наук, доцент, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-0411-6724>, Galaburdin@mail.ru

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 681.5

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-247-252>

Organization of walking of the lower-extremity exoskeleton using the control of the supporting foot



Zh. N. Issabekov ¹, I. K. Tsybrii ², K. A. Moroz ✉³

¹Satbayev University (Almaty, Republic of Kazakhstan)

^{2,3}Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

✉ Leramoroz@mail.ru

Introduction. The development of robotics in many advanced countries has raised various industries to a high level. The demand for robots increases the share of their use in production tasks, mainly in the motor-vehicle and electronics industries. Advanced robotics can increase productivity in many industries by 30%, while reducing labor costs. Automation of technological processes of electronics production has a positive impact on the use of robots. Robots are used in construction, logistics, oil and gas, aerospace, plant engineering and construction, mining, healthcare, etc. The authors consider robots from the point of view of their application in medicine for the rehabilitation of musculoskeletal patients. This paper describes the mechanisms for controlling the feet and the center of mass of a humanoid robot.

Materials and Methods. The authors chose the simplest algorithm for searching for the law of motion control of a humanoid robot. The robot movement was presented as a reverse pendulum. Using the large kinematic redundancy of walking robots, we have developed a way to control the robot in such a way as to bring the dynamics of its movement to the reverse pendulum as close as possible. At the same time, the problem of determining the generalized coordinates is considered, at which a given position and orientation of the transferred foot and a given position of the projection of the center of mass (CM) of the robot onto the reference surface are provided.

Results. The authors have developed a digitalized automatic control scheme for the movement of the feet and the center of mass of the human exoskeleton, which will largely reduce the load on a sick person.

Discussion and Conclusions. When discussing the results, comparing the data of the tables obtained during the calculation, the following conclusion was made. The scheme for controlling the feet movement of a human exoskeleton developed by the authors is most effective when designing an automatic scheme for controlling the movement of the feet and the center of mass of a human exoskeleton using digital technology, which will largely reduce the load on a sick person.

Keywords: center, mass, supporting foot, exoskeleton, robot, human, movement dynamics, reverse pendulum.

For citation: Zh. N. Issabekov, I. K. Tsybrii, K. A. Moroz. Organization of walking of the lower-extremity exoskeleton using the control of the supporting foot. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 3, pp. 247–252. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-247-252>

© Issabekov Zh. N., Tsybrii I. K., Moroz K. A., 2021



Организация ходьбы экзоскелета нижних конечностей при помощи управления опорной стопы

Ж. Н. Исабеков ¹, И. К. Цыбрий ², К. А. Мороз ✉³

✉ Leramoroz@mail.ru

¹Сатпаев Университет (г. Алматы, Республика Казахстан)

^{2,3}Донской государственный технический университет (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

Введение. Развитие робототехники во многих передовых странах подняло на высокий уровень различные отрасли промышленности. Спрос на роботов увеличивает долю их использования в производственных задачах,

в основном в автомобильной и электронной промышленности. Передовая робототехника может повысить производительность во многих отраслях на 30%, при этом сократив затраты на рабочую силу. Положительное влияние на использование роботов оказывает автоматизация технологических процессов производства электроники. Роботы применяются в строительстве, логистике, нефтегазовой, аэрокосмической промышленности, производстве промышленного оборудования, добычу полезных ископаемых, здравоохранение и др. Авторы рассматривают роботы с точки зрения применения их в медицине для реабилитации больных опорно-двигательного направления. В данной статье приводятся механизмы управления стопами и центром масс робота-человека.

Материалы и методы. Авторы выбрали самый простой алгоритм поиска закона управления движением робота-человека. Движение робота представили, как обратный маятник. Используя большую кинематическую избыточность шагающих роботов, разработали способ управления роботом таким образом, чтобы максимально приблизить динамику его движения к обратному маятнику. При этом рассмотрена задача определения обобщенных координат, при которых обеспечивается заданное положение и ориентация переносимой стопы и заданное положение проекции центра масс (ЦМ) робота на опорную поверхность.

Результаты исследования. Авторами была разработана цифровизированная автоматическая схема управления движением стоп и центра масс экзоскелета-человека, которая во многом снизит нагрузку на больного человека.

Обсуждение и заключение. При обсуждении результатов, сопоставлении данных таблиц, полученных в ходе расчета, был сделан вывод, что разработанная авторами схема управления движением ног экзоскелета-человека наиболее эффективна при проектировании автоматической схемы управления движением ног и центра масс экзоскелета-человека с использованием цифровых технологий, что в значительной степени снизит нагрузку на больного человека.

Ключевые слова: центр, масса, опорная стопа, экзоскелет, робот, человек, динамика движения, обратный маятник.

Для цитирования: Исабеков Ж. Н. Организация ходьбы экзоскелета нижних конечностей при помощи управления опорной стопы / Ж. Н. Исабеков, И. К. Цыбрий, К. А. Мороз // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 3. — С. 247–252. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-247-252>

Introduction. In many advanced countries, the successful introduction of robotics has raised various industries to a high level. The demand for robots has increased the share of their use in production tasks to 25–45 %, mainly in the motor-vehicle and electronics industries. Advanced robotics can increase productivity in many industries by 30 %, while reducing labor costs by 18–33 %. Modern robotics can significantly change the entire value chain of products. It is estimated that there are about 1.8 million industrial robots operating in the world production systems today, representing a global market of about \$35 billion: the possibilities of robotics continue to grow, and the costs of manufacturing robots continue to fall (they have decreased by about 25 % over the past decade). In production, the largest number of robots are used for packaging, grabbing and moving (in Russia, almost 40 % of the 1.7 million), and this application has the highest annual growth rate (on average, 11 % per year for 2010–2014). The second common application is in the production of cars, where robots are used primarily for welding. The use of robots for assembly is also a fast-growing segment (the average annual growth rate in 2010–2014 was 10 %) due to the growing number of electronics/electrical industry products that seek miniaturization and require increased accuracy in manufacturing.

At Russian enterprises, the density of production robotization is more than 20 times lower than the global average. According to the statistics of the International Federation of Robotics, in Kazakhstan, as well as in Russia, there are only three industrial robots per 10000 workers, while on average there are 69 worldwide, and more than 100 – in the leading countries in the field of digitalization. For example, the share of the Russian market of industrial robots is only 0.25 % of the global volume, the main consumers are China (27 %), South Korea (15 %), Japan (14 %) and North America (about 14 %). There is also a lag in the share of machines with numerical control: in Japan it is more than 90 %, in Germany and the USA – more than 70 %, in China – about 30 % [1–3].

Modern robotics has been successfully developed in Kazakhstan. Modern factories are being built, where robots perform monotonous work. The growth of investments in robotics is increasing every year in Kazakhstan. Currently, Kazakhstani enterprises are given a chance to reduce the gap with world leaders. The great flexibility and intelligence of robots allow them to be used in various industries where they have not been traditionally used, including the production of food and beverages, consumer goods and pharmaceuticals.

New concepts have emerged, such as wearable electronics and virtual reality, which can be used for quality control, work instructions, training, workflow management, various operations, security, logistics, and maintenance. In addition, the increased accuracy of these technologies provides improving the profitability of the enterprise by increasing productivity. And the instability of quality can be reduced by shortening downtime, defects and waste while decreasing the lead time [2]. The development of new technologies will significantly change production processes: it is

most effective in those industries where it is important to adapt the product to customer requirements, and components are produced in small volumes and have a high cost. Therefore, the production of consumer goods and the motor-vehicle industry, medical and aerospace industries are priorities in the Republic of Kazakhstan, especially in the use of 3D printing technologies, the production of highly reliable medical devices: hearing aids, dental and other prostheses.

Materials and Methods. Among all types of robotics, the authors distinguish the medical field. They are engaged in the development of exoskeletons of bipedal walking machines (BWM) [4–8]. For BWM, it is generally accepted to distinguish two types of walking: static and dynamic. At the static walking, the robot movements are so slow that it is possible to neglect the forces of inertia. This allows using a control algorithm built on the basis of only equations describing the kinematics of the robot. However, the device speed depends on its size, dynamic parameters, kinematic scheme. For many walking machines, this is the main method of control. Figure 1 shows an image of an exoskeleton that is being developed by the authors.

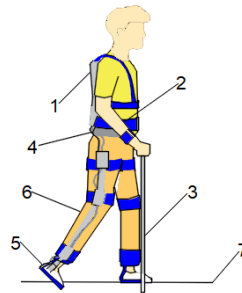


Fig. 1. Functional scheme of the exoskeleton:

1 — backpack with a microprocessor; 2 — arm; 3 — crutches; 4 — trunk; 5 — foot; 6 — leg; 7 — reference surface

The equations describing the dynamics of the robot are complex and require the use of well-known methods for solving variational problems of large dimension. A simpler algorithm for finding the law of movement control of a human robot is needed. The authors from the Bauman Moscow State Technical University proposed the simplest way – to imagine the robot as a reverse pendulum and, using the large kinematic redundancy of BWM, control the robot in such a way as to bring the dynamics of its movement to the reverse pendulum as close as possible [4–5].

Let us consider the problem of determining the generalized coordinates at which a given position and orientation of the transferred foot and a given position of the projection of the center of mass (CM) of the robot on the reference surface 7 are provided (Fig. 1). The position and orientation of the supporting foot will be considered known. Let S be a vector of a given position of the robot foot 5 and CM 6, having dimension 8,

$$S = (X_F, Y_F, Z_F, \alpha_F, \beta_F, \gamma_F, x_{CM}, y_{CM})^T.$$

It is required to determine the vector q with dimension 14 BWM, which has 14 controlled mobility stages.

The task is complicated by the fact that BWM has 14 degrees of mobility, the vector S is 8, and there are kinematic restrictions in the mobility stages, the external connections imposed on the feet of BWM change during each step.

In this case, various methods are used to solve the inverse problem. For example, an iterative method based on minimizing the objective function, and a method for solving the inverse problem in increments based on using the Jacobi matrix. However, to control the robot, whose kinematics is represented as a kinematic tree not attached to the rack, it is necessary to solve the inverse problem for the supporting foot, the transferred foot, and the projection of the center of mass on the reference surface [11–13].

The objective function used has the form: $f = f_{F1} + f_{F2} + f_{CM} + f_P$ where f_{F1} and f_{F2} – the components of the objective function that determine the feet positions; f_{CM} – a component of the objective function that determines the position of the projection of the center of mass; f_P – a penalty function that allows bringing the solution closer to the optimal one by some criterion.

On the trajectories of the feet movement and the projection of the center of mass, points are selected so that they can then be applied to restore the original trajectory using interpolation with a given accuracy. T_i is the matrix of the actual position of the foot, and T_i^0 – the specified position matrix. These matrices are equal if any three points that do not match in the connected system have, respectively, the same coordinates in the absolute system [5–9].

$$\begin{cases} T_i^i x_1 = T_i^0 x_1 \\ T_i^i x_2 = T_i^0 x_2 \\ T_i^i x_3 = T_i^0 x_3 \end{cases}$$

Setting the vectors $^i x_1, ^i x_2, ^i x_3$ as:

$$x_1 = ri$$

$$x_2 = rj$$

$$x_3 = rk$$

i, j, k – the directing vectors of the coordinate axes;

r is a parameter that determines the ratio of the accuracy of solving the inverse problem in angular and linear coordinates

$$\Delta T = T_i - T_i^0$$

we get

$$f_F = \text{tr}(\Delta T H \Delta T)$$

where the matrix H has the form:

$$H = \begin{bmatrix} r^2 & 0 & 0 & r \\ 0 & r^2 & 0 & r \\ 0 & 0 & r^2 & r \\ r & r & r & 3 \end{bmatrix}$$

consider the component of the objective function that determines the position of the projection of the center of mass of BWM on the reference surface. The coordinates of the projection of the center of mass are determined by the formula:

$$S = \begin{pmatrix} x_{CM} \\ y_{CM} \end{pmatrix} = \frac{1}{M} \left(\sum_{i=6}^N m_i P T_i^0 r_{CMi} \right),$$

where M – robot weight; N – the total number of degrees of mobility of the human robot; m – mass of an individual link; r_{CM} – vector of the CM link; P – the projecting matrix.

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

The index i changes from 6, because the links of the kinematic tree with smaller numbers are fictitious and have zero mass. If $\Delta S_{CM} = (x_{ICM}, y_{ICM})^T$ is the target position of the projection of the center of mass, and $\Delta S_{CM} = S_{CM} - S_{CM}^0$,

then $f_{CM} = \Delta S_{CM}^2$.

Penalty function $f_p = \Delta q^T A \Delta q$, where q – change of the generalized coordinates when moving to a new point; A – a diagonal matrix of weight coefficients.

Physically, the penalty function f_p is proportional to the work performed by the drives when moving to a new point [10].

When considering the robot movement as the motion of an inverse pendulum, the following equations were adopted (Fig. 2):

$$x - x_0 = l \sin \alpha, \quad \alpha = \arcsin \frac{x_0}{l}$$

$$\omega = \frac{x_0}{l \cos \alpha}$$

$$\varepsilon = \frac{M}{J} = \frac{g \sin \alpha}{l}$$

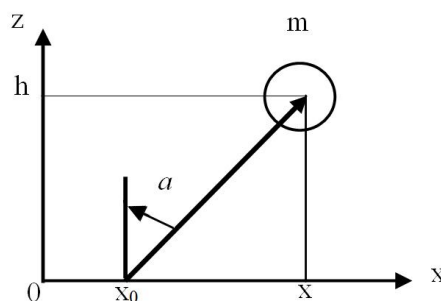


Fig. 2. The motion of the reverse pendulum with a constant height of the center of mass

The pendulum motion along the horizontal x axis is described by the equations

$$mx = mg \frac{x - x_0}{h}$$

$$x - \frac{g}{h} x = -\frac{gx_0}{h}$$

take $X_0 = 0$ and denote

$$\lambda = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

We obtain a homogeneous linear differential equation

$$x(t) = c_1 e^{-\lambda t} + c_2 e^{\lambda t}$$

Substituting the initial conditions, we get

$$c_1 = \frac{\lambda x_0 - x_0}{2\lambda e^{-\lambda t_0}}$$

$$c_2 = \frac{\lambda x_0 + x_0}{2\lambda e^{\lambda t_0}}$$

The equation will take the form

$$x(t) = \frac{\lambda x_0 - x_0}{2\lambda} e^{-\lambda(t-t_0)} + \frac{\lambda x_0 + x_0}{2\lambda} e^{\lambda(t-t_0)}$$

At small angles of inclination of the pendulum, the solution to this equation is close to the solution to the nonlinear one written for a pendulum of constant length. Under different conditions, only the expression λ [3, 10, 11, 12] will change.

Research Results. When analyzing the calculations with various options, it was concluded that the matrix method is quite time-consuming, takes a lot of time, and does not give measurement accuracy, whereas modern methods provide considering the dynamics of the foot movement and the center of mass with greater accuracy, and divide the study not into eight or twelve points, but into more, bringing closer to more accurate results.

Discussion and Conclusions. When discussing the results, comparing the data of the tables obtained during the calculation, it was concluded that the scheme for controlling the feet movement of a exoskeleton-human developed by the authors is most effective when designing an automatic scheme for controlling the movement of the feet and the center of mass of an exoskeleton-human using digital technology. As a result of the obtained equations, an automatic control scheme using digital technology was developed, which is shown in Fig. 3 and works as follows.

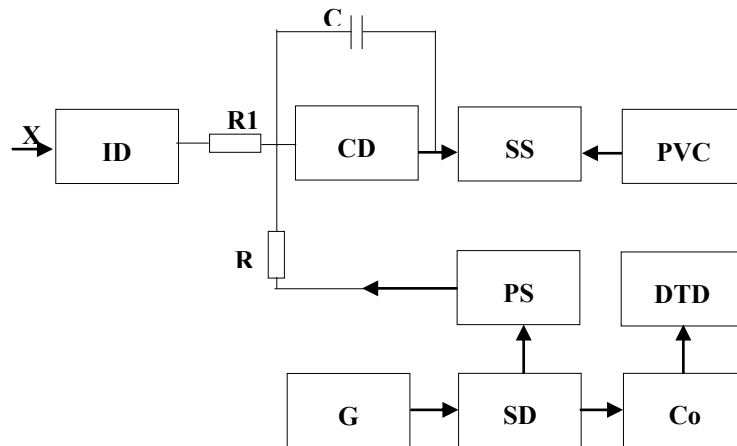


Fig. 3. Block diagram of the exoskeleton control

The control device (CD) sets the measurement cycle of the T_C and generates a pulse of the first cycle with duration of T_l . During the time interval T_l , the electronic key SA is in the initial state, and the measured position of the feet and CM through the input device ID goes to the integrator and informs the capacitor (C) the amount of electricity

$$q_3 = \frac{T_l}{R} U_x$$

At the end of the pulse T_l , the CD opens the SD key, and the counter Co starts receiving pulses from the generator G . At the same time, the SD key is transferred to the second stable state, and the reference value λ of the reverse polarity is received by the integrator. The capacitor C is discharged to the initial state during the time interval

$$T_x \cdot q_p = \frac{T_x}{R} U_x$$

At the end of the discharge of the capacitor, the voltage at both inputs SS are equal to zero, the SS gives the command to open S . The receipt of pulses to the counter stops. Their number determines the T_x . Since the amount of electricity during the charge and discharge of the capacitor is the same, then

$$U_x = \frac{T_x}{T_l} U_c$$

Therefore, the measurement result is proportional to the parameters. The time interval T_x does not depend on the time constant of the integrator, i.e., no chains with highly stable elements are required to implement the double integration

method. The duration of the first cycle of integration T_I and the value of the reference values can be kept constant with high accuracy, and therefore the error of converting voltage into a time interval is insignificant with this method. The noise immunity at the multiplicity of the time of the first integration cycle T_I to the interference period reaches 60 dB or more.

References

1. Issabekov, ZhN. Razrabotka kinematischeskoi skhemy drevovidnogo ispolnitel'nogo mekhanizma ehkzoskeleta v MGTU im. N. E. Baumana. Molodezhnyi nauchno-tekhnicheskii vestnik. 2016;11:16. (In Russ.)
2. Jackson RW, Dembia ChL, Delp SL, et al. Muscle-tendon mechanics explain unexpected effects of exoskeleton assistance on metabolic rate during walking. J. Exp. Biol. 2017;220(11):2082–2095. <https://doi.org/10.1242/jeb.150011>
3. John Schulman, Yan Duan, Jonathan Ho, et al. Motion planning with sequential convex optimization and convex collision checking. International Journal of Robotics Research. 2014;33(9):1251–1270. <https://doi.org/10.1177/0278364914528132>
4. Issabekov ZhN. Mathematical model of kinematics and dynamics of powered exoskeleton tree actuator. Polytechnical Student Journal, Bauman Moscow State Technical University. 2016;4(4):8. <https://doi.org/10.18698/2541-8009-2016-4-34>. (In Russ.)
5. Issabekov ZhN, Kovalchuk AK, Zhetenbayev NT. Lower limb exoskeletons: Brief review. The Bulletin of KazATC. 2019;108(1):78–83. (In Kazakh)
6. Song S, Collins SH. Optimizing Exoskeleton Assistance for Faster Self-Selected Walking. In: IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering. 2021;29:786–795. <https://doi.org/10.1109/TNSRE.2021.3074154>
7. Kang HG, Dingwell JB. Effects of walking speed, strength and range of motion on gait stability in healthy older adults. J. Biomech. 2008;41(14):2899–2905.
8. Rosen J, Brand M, Fuchs MB, et al. A myosignal-based powered exoskeleton system. In: IEEE Trans. On Systems, Mann, and Cybernetics. Part A: Systems and Humans. 2001;31(3):210–222. <https://doi.org/10.1109/3468.925661>
9. Lavrovskii EK, Pismennaya EV, Komarov PA. On the problem of the organization of the lower limb exoskeleton walk with the help of control in the knee joints. Russian Journal of Biomechanics. 2015;19(2):158–176. (In Russ.)
10. Lapierre L, Soetanto D. Nonlinear path-following control of an AUV. Ocean Engineering. 2007;34(11-12):1734–1744. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2006.10.019>
11. Kapitan'yuk YuA, Chepinsky SA. Control of mobile robot following a piecewise-smooth path. Gyroscopy and Navigation. 2013;4(4):198–203. <https://doi.org/10.1134/s207510871304007x>
12. Wang J, Chepinskiy SA, Krasnov AJ, et al. Geometric path following control for an omnidirectional mobile robot. In: Proc. 21st Int. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics, MMAR. Miedzyzdroje, Poland; 2016. P. 1063–1068. <https://doi.org/10.1109/mmar.2016.7575285>

Submitted 02.08.2021

Reviewed 16.08.2021

Accepted 17.08.2021

Authors:

Issabekov, Zhanibek N., PhD student, Satbayev University (22a, Satbayev St., Almaty, 050013, Republic of Kazakhstan), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2900-8025>, zh.issabekov@satbayev.university

Tsybrii, Irina K., associate professor of the Tool Engineering and Biomedical Engineering Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), Cand.Sci. (Eng.), Senior Scientist Researcher, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6281-1832>, irconst@mail.ru

Moroz, Kaleriya A., Head of the Tool Engineering and Biomedical Engineering Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8624-0184>, Leramoroz@mail.ru

Claimed contributorship

Zh. N. Issabekov: basic concept formulation; research objectives and tasks setting; conducting the research. I. K. Tsybrii: development of research methods; text preparation; formulation of conclusions. K. A. Moroz: academic advising; correction of the conclusions.

All authors have read and approved the final manuscript.

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.793.182

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-253-259>

Исследование технологии электроискрового нанесения покрытий, легирования и упрочнения

С. П. Глушко  

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет» (г. Краснодар, Российская Федерация)

 sputnik_s7@mail.ru

Введение. Целями работы явились анализ и применение технологии электроискрового нанесения износостойких металлических покрытий на режущие инструменты или детали машин для их упрочнения или восстановления размеров.

Материалы и методы. Рассмотрена технология, устройство и принцип действия модернизированной установки, предназначенных для электроискрового нанесения износостойких металлических покрытий композитами Т15К6, ВК8 и ВК6.

Результаты исследования. Для определения параметров модернизированной установки электроискрового легирования проведены эксперименты по упрочнению твердым сплавом Т15К6 шлифованных образцов из стали 45 размерами 25×25×25 мм. В результате опытов с использованием метода планирования эксперимента подтверждена возможность выбора и регулирования параметров установки. Для упрочнения образцов из стали 45 твердым сплавом Т15К6 выбраны следующие параметры: сила тока $I = 1\text{--}2\text{ А}$, напряжение $U = 40\text{--}75\text{ В}$, емкость конденсаторной батареи 60–100 мкФ.

Обсуждение и заключение. Применение в качестве защитной среды углекислого газа позволяет увеличить число проходов и, соответственно, число слоев покрытия до двадцати, получать итоговую толщину до 0,3 мм с плотной структурой без оксидов. Покрытия такой толщины дают возможность не только упрочнять, но и восстанавливать размеры изношенных деталей машин. Параметры технологических режимов электроискрового легирования существенно влияют на интенсивность нанесения покрытий и качество получаемой поверхности. Повышение электрических параметров ведет к увеличению интенсивности каждого отдельного разряда и в определенных пределах способствует повышению количества переносимого материала покрытия, а также к более глубоким преобразованиям покрываемой поверхности в зоне разряда. Таким образом, установку электроискрового легирования, оснащенную средствами контроля и диагностики, а также системой подачи защитного газа, можно использовать для упрочнения и восстановления деталей машин и режущих инструментов.

Ключевые слова: электроискровое легирование, детали машин, режущий инструмент, упрочнение, износостойкое покрытие, восстановление деталей.

Для цитирования: Глушко, С. П. Исследование технологии электроискрового нанесения покрытий, легирования и упрочнения, С. П. Глушко // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 3. — С. 253–259. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-253-259>

© Глушко С. П., 2021



Investigation of the electrospark coating, alloying and strengthening technology

S. P. Glushko  

Kuban State Technological University (Krasnodar, Russian Federation)

 sputnik_s7@mail.ru

Introduction. The work objectives were the analysis and application of the technology of electrospark deposition of wear-resistant metal coatings on cutting tools or machine parts for their hardening or dimensional restoration.

Materials and Methods. The technology, device and principle of operation of the modernized installation intended for electric spark application of wear-resistant metal coatings with composites T15K6, VK8 and VK6 are considered.

Results. To determine the parameters of the upgraded electrospark alloying plant, experiments were carried out on hardening of polished samples made of steel 45 with hard alloy T15K6 with dimensions of 25×25×25 mm. As a result of using the experiment planning method, the possibility of selecting and adjusting the installation parameters was confirmed. The following parameters were selected for hardening samples made of steel 45 with hard alloy T15K6: current $I = 1\text{--}2\text{ A}$, voltage $U = 40\text{--}75\text{ V}$, capacitor bank capacity = 60–100 μF .

Discussion and Conclusions. The use of carbon dioxide as a protective medium enables to increase the number of passes and, accordingly, the number of coating layers to twenty, to obtain a total thickness of up to 0.3 mm with a dense structure without oxides. Coatings of this thickness make it possible not only to strengthen, but also to restore the dimensions of worn machine parts. The parameters of the technological modes of electrospark alloying significantly affect the intensity of coating application and the quality of the resulting surface. A rise in the electrical parameters causes an increase in the intensity of each individual discharge and, within certain limits, contributes to an increase in the amount of the transferred coating material, as well as to deeper transformations of the coated surface in the discharge zone. Thus, an electrospark alloying plant equipped with monitoring and diagnostic tools, as well as with a protective gas supply system, can be used for hardening and restoring machine parts and cutting tools.

Keywords: electrospark alloying, machine parts, cutting tool, hardening, wear resistance coating, restoration of machine parts.

For citation: S. P. Glushko. Investigation of the electrospark coating, alloying and strengthening technology. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 3, pp. 253–259. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-253-259>

Введение. Внедрение технологий изготовления деталей машин и режущих инструментов с высокими механическими характеристиками является важной составляющей машиностроения в целом и производства металлорежущего оборудования в частности. Основными требованиями к этим технологиям являются доступность, экономичность и эффективность.

Материалы, используемые для изготовления деталей машин и режущих инструментов, как правило, не удовлетворяют в полном объеме требованиям эксплуатации, поэтому их надо изготавливать из конструкционных материалов высокого качества. Но в этом случае их производство может оказаться очень дорогим. Кроме того, гарантировать полное удовлетворение эксплуатационных требований в этом случае также невозможно. Эти проблемы в достаточной мере устраняются нанесением на рабочие поверхности деталей машин и инструментов различных по функциональному назначению покрытий толщиной от долей миллиметра до нескольких миллиметров [1–4].

Качество таких покрытий оценивают, как правило, по нескольким частным критериям, на основе которых формируется комплексный критерий. Исследования с применением метода планирования эксперимента [5], в свою очередь, позволяют установить связь критериев качества с параметрами технологического процесса нанесения покрытия [6], оптимизировать эти параметры и прогнозировать свойства биметаллических композиций [7].

Слои покрытий могут иметь различные химические составы и структурно-фазовые состояния, отличающиеся от материала основы. Материалы покрытий обеспечивают высокие эксплуатационные свойства или комплекс свойств рабочим поверхностям режущих инструментов или деталей машин [5, 8–18]. Кроме того, на покрытия, имеющие малую толщину, расходуется незначительное количество дорогостоящих материалов, что дает высокий экономический эффект при их применении в производственной практике.

Используемые в настоящее время различные металлические детали: подшипники, валы, оси, сверла, токарные резцы, фрезы и т. д., требуют повышения их износостойкости и прочности. Одним из недорогих способов нанесения тонких металлических покрытий на их рабочие поверхности является электроискровой метод обработки — электроискровое легирование (ЭИЛ) [1–4]. Кроме того, эту технологию можно использовать для восстановления стальных деталей машин при незначительном износе их рабочих поверхностей — до 0,2 мм.

Материалы и методы. ЭИЛ позволяет выполнять упрочнение режущего инструмента и восстановление стальных деталей машин износостойкими композитами типа Т15К6, ВК8, ВК6 и покрытиями иного состава [8–18]. Эта технология позволяет повысить твердость, износостойкость, коррозионную стойкость металлических поверхностей и обеспечить хорошую связь с материалом основы. ЭИЛ реализуется на относительно простом оборудовании, производительность которого не зависит от твердости и иных физических характеристик используемых материалов.

До настоящего времени предлагались различные модели процесса, которые в той или иной мере объясняли отдельные экспериментальные данные [1–4]. На рис. 1 представлена модель технологии ЭИЛ, которая разработана для высоких напряжений и малых значений тока короткого замыкания ($I_{к.з.} < 10\text{--}20\text{ А}$). В том случае, если ток короткого замыкания $I_{к.з.} > 10\text{ А}$ и напряжение холостого хода источника питания $U_{х.х.} < 50\text{ В}$, потребуется уточнение такой модели, так как из-за низкого потенциала между электродами межэлектродный промежуток в этом случае должен быть значительно уменьшен.

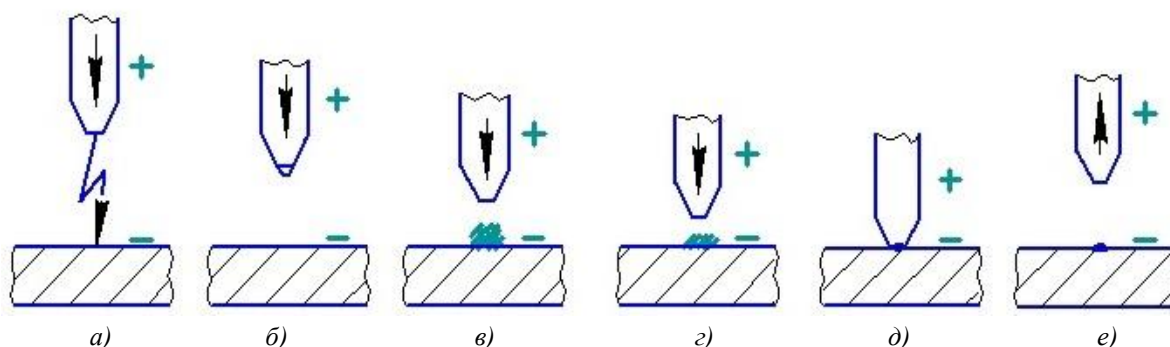


Рис. 1. Модель электроискрового легирования: *a* — момент пробоя межэлектродного промежутка; *б* — отрыв капли расплавленного металла от анода; *в* — взрыв капли расплавленного металла; *г* — осаждение расплавленного металла анода на катод; *д* — контакт электродов (механический удар анода по катоду); *е* — развод электродов

При приближении подвижного электрода (анода) к катоду (подложке) напряженность электрического поля увеличивается. На определенном расстоянии напряженность достигнет значения, при котором произойдет искровой разряд и будет получен канал сквозной электрической проводимости. Пучок электронов с катода (подложки) пройдет по этому каналу, фокусируясь ударит по поверхности анода (рис. 1 *a*) и плотность тока возрастет. Электроны резко освобождают накопленную кинетическую энергию, которая преобразовывается в тепловую, выделяющуюся в поверхностном слое анода. В месте пробоя электрического разряда анод расплавляется, от него отделяется капля расплавленного металла и движется к катоду (рис. 1 *б*), опережая движущийся анод.

Падающая капля, оторвавшись от анода, нагревается до высокой температуры, закипает и взрывается. Цепь тока в канале прерывается, сжимающие силы электромагнитного поля исчезают. Частицы металла, которые образуются после взрыва капли, уже не фокусируются электромагнитным полем и падают на подложку широким фронтом (рис. 1 *в*), а достигнув катода, свариваются с ним, частично внедряясь в его поверхность (рис. 1 *г*).

Вслед за расплавленным металлом электрода движется сам электрод-анод. Тем временем конденсаторная батарея успевает зарядиться, соответственно вырастет напряженность электрического поля в межэлектродном промежутке. Далее следует механический удар электрода по поверхности подложки, при этом замыкается электрическая цепь.

Материал анода в представленной модели ЭИЛ переносится в жидкокристаллическом состоянии, начиная с момента пробоя межэлектродного промежутка и до соприкосновения анода с поверхностью катода. В жидкокристаллическом состоянии мезофазы вещества характеризуются анизотропными свойствами и сочетают реологические свойства жидких тел (текучесть) со свойствами твердых кристаллов (анизотропия физических свойств). В жидкокристаллическом состоянии текучесть вещества ограничена, так как присутствует определенная упорядоченность расположения и взаимная ориентация его молекул, которая приближается к упорядоченному расположению структуры твердых кристаллов. Через не остывшие, лежащие на катоду частицы материала анода, проходит второй импульс. Импульсные разряды имеют высокую плотность тока — до $10^5\text{--}10^6\text{ А/мм}^2$.

При механическом контакте подвижного электрода и подложки частицы материала электрода свариваются друг с другом и с поверхностью подложки, которая прогревается, и в нее диффундирует материал электрода. Совместно с диффузионным процессом протекают химические реакции между материалами частиц

электрода и подложки. Механический удар подвижного электрода проковывает нагретый материал покрытия (рис. 1 д), повышая его однородность и плотность. Таким образом, на поверхности подложки образуется прочно соединенное с нею покрытие с эффектом легирования (рис. 1 е). Затем начинается следующий цикл, и электрод движется вверх.

Процесс нанесения покрытия при ЭИЛ происходит под действием следующих факторов:

- сила тяжести, под действием которой капля расплавленного металла устремляется от анода к катоду, когда они разомкнуты;
- механическая вибрация электродов;
- электрическая поляриность, под действием которой ионы материала покрытия оседают на подложке.

Важной характеристикой нанесения покрытий с помощью ЭИЛ является прочность связи покрытия с основой, которая обеспечивает надежную и длительную эксплуатацию режущего инструмента или детали. При формировании покрытия и обеспечении связи покрытия с основой происходит взаимодействие жидких фаз материалов электродов. Между ними образуется химическая связь, развиваются объемные процессы диффузии анода в подложку в твердой фазе, образуются интерметаллиды.

Физико-химические превращения в поверхностном слое подложки протекают при высоких температурах и высокоскоростной пластической деформации. Взаимодействие материалов анода и подложки, кристаллизация расплавленного материала анода на поверхности подложки и диффузия в ее поверхностном слое происходят в неравновесных условиях. Высокие температуры в межэлектродном промежутке и легирующие элементы электрода позволяют наращивать и легировать поверхность подложки, улучшая ее физические и химические свойства. Поэтому ЭИЛ можно использовать для восстановления деталей машин сложной конфигурации и легирования режущего инструмента.

Достоинства ЭИЛ:

- точечный нагрев, при котором отсутствует деформация подложки (основы);
- локальное (точечное) нанесение покрытий, в том числе на подложки со сложной конфигурацией;
- возможность легирования поверхностей деталей машин и режущего инструмента.

Физико-механические свойства поверхности обрабатываемого инструмента или детали можно варьировать, изменяя материал электродов. При этом состав покрытия и его физико-химические свойства могут значительно отличаться от легирующего материала анода, и легируемого материала основы.

Стальная основа после обработки ЭИЛ состоит из трех областей: белого слоя, переходной зоны и основного материала. В тонком белом слое находятся тугоплавкие соединения с мелкозернистой структурой, которая формируются в условиях быстрого теплоотвода. В переходной зоне стальной основы находятся диффузионный слой, зона термического влияния и переходный слой. Диффузионный слой — это мартенситно-карбидная структура. Зона термического влияния представляет собой аустенитно-мартенситно-карбидную структуру. Переходной слой имеет аустенитно-сорбитно-мартенситную структуру. Аустенитная структура образуется на поверхности раздела ферритокарбидных фаз при быстром охлаждении и при диффузионном насыщении стали азотом воздуха если ЭИЛ проводится без использования защитного газа. Следует учитывать, что чем меньше азота проникает в переходную зону, тем больше будет образовываться мартенситной структуры при охлаждении. За переходным слоем следует структура основы, которая не подвергается изменениям. Толщина и структура зон зависят от технологических параметров обработки, состава материалов покрытия и основы, а также от состава окружающей среды.

Производительность процесса ЭИЛ, качество покрытия, величину зерна основы можно регулировать, изменяя скважность и частоту электрических разрядов. Для электродов рекомендуется использовать материалы с высокими показателями твердости и износостойкости, например, карбиды вольфрама и титана, серый или белый чугуны, твердые сплавы на основе карбида титана с различными связками на основе молибдена, никеля, интерметаллидов и стали. Следует учесть, что микротвердость упрочненных слоев, получаемых на закаленных сталях, значительно выше, чем на незакаленных. Это обуславливается активным влиянием материалов основы на формирование покрытия.

Электрические параметры ЭИЛ определяют степень упрочнения, чистоту поверхности покрытия и производительность процесса. Используемые электрические режимы условно можно разделить на грубые, средние и чистовые. Они охватывают значительный диапазон мощности, необходимой для проведения как доводочных, так и грубых процессов ЭИЛ. Грубые режимы характеризуются напряжением 100–200 В и большой емкостью конденсаторной батареи (100–300 мкФ). Средние режимы реализуются путем уменьшения емкости конденсаторной батареи до 90–100 мкФ или снижением напряжения при прежней емкости. Чистовые режимы могут быть получены снижением напряжения до 10–30 В или уменьшением емкости конденсаторной батареи до 0,5–10 мкФ. Соответственно, при этом увеличивается или уменьшается ток короткого замыкания.

К недостаткам технологии ЭИЛ можно отнести ограниченность толщины наносимых слоев покрытий и значительную шероховатость их поверхностей. Рассмотрим недостатки на конкретных примерах.

Пример 1. Установка работает в грубом режиме: емкость конденсаторной батареи $C = 200$ мкФ, ток короткого замыкания $I_{к.з.} = 3$ А, напряжение $U = 150$ В, частота колебаний вибратора с электродом 100 Гц. Допустим, что конденсаторная батарея заряжается до 99 % напряжения источника питания. В этом случае время зарядки конденсаторов составляет 0,05 с. Однако, поскольку вибратор через каждые 0,01 с замыкает электроды и происходит разряд, то напряжение на конденсаторах успевает подняться лишь до 65 В.

Пример 2. Установка работает в мягком режиме: емкость конденсаторной батареи $C = 4$ мкФ, ток короткого замыкания $I_{к.з.} = 0,5$ А, напряжение $U = 150$ В, конденсаторы заряжаются до 99 % напряжения источника питания. В этом случае время зарядки конденсатора составляет 0,005 с, но вибратор будет замыкать электроды только через 0,01 с. В этом случае процесс простаивает в ожидании очередного замыкания электродов около 50 % времени.

Одной из основных причин ограниченности толщины слоя покрытия является возникновение химических реакций между материалом электрода и окружающей его средой в процессе легирования. Экспериментальные данные показали: чем больше инертность окружающей среды, тем выше допустимая удельная продолжительность легирования и тем больше материала покрытия можно нанести на катод. Однако и в инертных средах с увеличением продолжительности легирования наблюдается уменьшение количества материала, осаждающегося на катоде.

Применение вакуума для устранения влияния химических элементов защитной среды на состав покрытия потребует значительного усложнения и удорожания установок электроискрового легирования. Поэтому применение защитной среды, например, углекислого газа для ЭИЛ является предпочтительным.

Для исследования технологии ЭИЛ применялась модернизированная установка ЭФИ-25 (рис. 2). Основу ее силовой части составляет однофазный трансформатор с повышенным рассеянием, селеновый выпрямитель и батарея конденсаторов. Первичная обмотка трансформатора питается от однофазной сети переменного тока промышленной частоты с напряжением 220 В через предохранитель на 5 А и двухполюсный выключатель. Выпрямитель установки двухполупериодный. Катод (обрабатываемая деталь) заземлен.

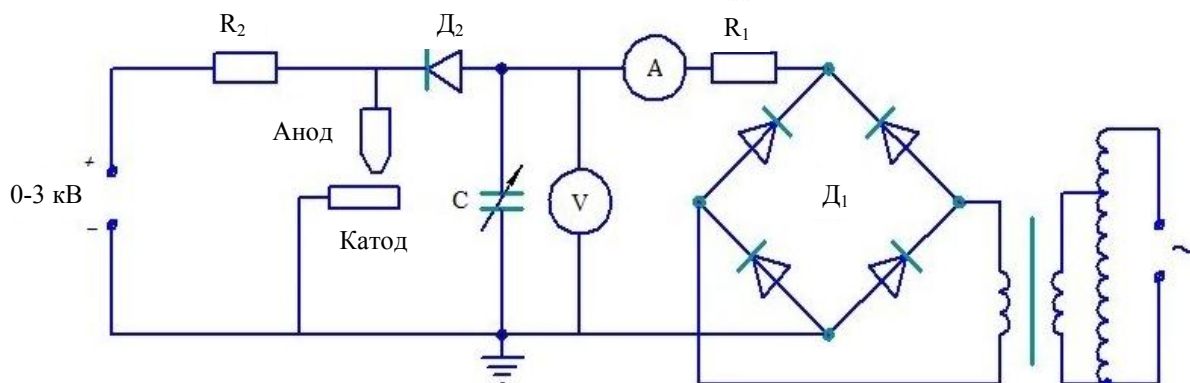


Рис. 2. Электрическая схема питания межэлектродного промежутка установки электроискрового легирования: D₁ — селеновый выпрямитель; C — батарея конденсаторов; R₁ — балластное сопротивление; R₂ — токоограничительное сопротивление; D₂ — вентили; A — амперметр; V — вольтметр

На выходе выпрямителя напряжение меняется от 15 до 220 В путем переключения вторичной обмотки. Вентили разделяют низковольтную и высоковольтную части установки, что препятствует пробоем высокого напряжения в RC-генератор, который предназначен для получения искрового разряда. Генератор вырабатывает импульсы тока в диапазоне частот 100–600 Гц. Это оптимальные частоты, которые определены в ходе экспериментов с разными материалами. Работа установки ЭИЛ вне этого диапазона приводит к ухудшению показателей технологического процесса.

Автоматизация процесса ЭИЛ и постоянный контроль его параметров позволяют обеспечить высокую производительность и получить качественное твердосплавное покрытие. Это обеспечивают, в частности, амперметр A, предназначенный для контроля тока в цепи питания межэлектродного зазора, и вольтметр V — для контроля напряжения в цепи питания межэлектродного зазора (рис. 2).

На модернизированной установке в качестве источника питания установлен автотрансформатор, что позволяет бесступенчато регулировать напряжение на межэлектродном промежутке до 200 В. Установлена панель переключателей емкости конденсаторной батареи для ступенчатого изменения емкости источника

питания межэлектродного разряда. Суммарная емкость конденсаторной батареи — 120 мкФ, число ступеней переключений — 16.

Безопасность работы на установке обеспечивается разделительным трансформатором с коэффициентом трансформации $K = 1:1$ между трансформатором и электродами установки. Технологические режимы работы установок ЭИЛ для нанесения покрытий, легирования и упрочнения, в основном, задают следующие параметры:

- напряжение на межэлектродном промежутке;
- емкость конденсаторной батареи;
- зарядный ток или процент зарядки конденсаторов от напряжения цепи.

Результаты исследования. Чтобы определить возможность регулирования параметров ЭИЛ, которые должны обеспечиваться модернизированной установкой, проведены эксперименты по электроискровому упрочнению твердым сплавом Т15К6 шлифованных образцов из стали 45 с размерами $25 \times 25 \times 25$ мм. Эксперименты проводились без использования защитного газа в зоне нанесения покрытия и с использованием углекислого газа в качестве защитной среды. В результате подтверждена возможность выбора и регулирования параметров ЭИЛ. В частности, для упомянутого процесса выбраны следующие параметры электроискровой установки: сила тока $I = 1\text{--}2$ А, напряжение $U = 40\text{--}75$ В, емкость конденсаторной батареи $60\text{--}100$ мкФ.

Результаты опытов без применения углекислого газа показали: при нанесении твердого сплава на поверхность стали 45 при минимальном напряжении и минимальной силе тока поверхность материала упрочняется неравномерно из-за прилипания электрода к обрабатываемой поверхности; минимальное напряжение ведет к резкому увеличению пористости наносимого покрытия; толщина нанесенного слоя мала и не превышает 0,1 мм. Поверхность неровная, рыхлая, со следами оксидов, причем, число произвольных проходов легирующего электрода, т. е. проходов, при которых происходит увеличение толщины упрочненного слоя, не превышает восьми. Связано это с ростом термических напряжений, обусловленных локальными перепадами температур на границе плакирующий слой — основа и преимущественно адгезионным характером связи плакирующего слоя с основой. Кроме того, твердость плакирующего слоя ниже твердости электрода. Например, использованные в экспериментах пластины из твердого сплава Т15К6 имели твердость 85–90 HRC, а в плакирующем слое этот материал имеет твердость 80–85 HRC.

В следующей серии опытов для предотвращения окисления в зону нанесения покрытия подавался углекислый газ. Это позволило при тех же электрических параметрах увеличить число проходов, соответственно число наносимых слоев покрытия, до двадцати и получать итоговую толщину покрытия до 0,3 мм с плотной структурой и без оксидов. Получение покрытия такой толщины дает возможность не только упрочнять, но и восстанавливать размеры изношенных деталей машин.

Обсуждение и заключения. Повысить эксплуатационные характеристики деталей машин и режущих инструментов без ущерба для экономических показателей возможно с помощью нанесения на их рабочие поверхности покрытий методом ЭИЛ. Рассматриваемая технология за счет точечного нагрева, при котором отсутствует деформация подложки (основы), и локальным нанесением покрытий позволяет восстанавливать размеры деталей сложной конфигурации, утраченные в результате изнашивания. Это возможно за счет применения для ЭИЛ защитной среды в виде углекислого газа, т. к. позволяет увеличить толщину покрытия до 0,3 мм и добиться его плотной структуры, не имеющей оксидов.

Значения параметров электроискрового легирования существенно влияют на интенсивность нанесения покрытий и качество получаемой поверхности. Повышение электрических параметров ведет к увеличению интенсивности каждого отдельного электрического разряда и, в определенных пределах, способствует повышению количества переносимого материала покрытия и более глубоким преобразованиям в покрываемой поверхности (в зоне разряда).

Таким образом, установку электроискрового легирования, оснащенную средствами контроля и диагностики, а также системой подачи защитного газа, можно использовать для упрочнения и восстановления деталей машин и режущих инструментов.

Библиографический список

1. Григорьев, С. Н. Нанесение покрытий и поверхностная модификация инструмента / С. Н. Григорьев, М. А. Волосова. — Москва : Изд-во МГТУ Станкин, 2007. — 324 с.
2. Прогрессивные технологии нанесения покрытий / С. В. Авдейчик, А. С. Воронцов, В. М. Давыдов [и др.]. — Москва : Спектр, 2012. — 272 с.
3. Коротаев, Д. Н. Технологические возможности формирования износостойких наноструктур электроискровым легированием / Д. Н. Коротаев. — Омск : Изд-во СибАДИ, 2009. — 256 с.

4. Вискоэнергетическое локальное воздействие на вольфрамсодержащие материалы и металлы / А. Д. Верхотуров, П. С. Гордиенко, В. А. Достовалов [и др.]. — Владивосток : Издат. дом Дальневост. федер. ун-та, 2012. — 472 с.
5. Макаричев, Ю. А. Методы планирование эксперимента и обработки данных / Ю. А. Макаричев, Ю. Н. Иванников. — Самара : Изд-во Самар. гос. техн. ун-та, 2016. — 131 с.
6. Глушко, С. П. Синтез критерия качества биметаллических подшипников скольжения / С. П. Глушко, С. Г. Денисенко // Конструкционная прочность, долговечность, упрочнение материалов и деталей машин : Тез. докл. всесоюз. науч. конф. — Волгоград : Дом науки и техники, 1990. — С. 202–204.
7. Денисенко, С. Г. Оптимизация технологии производства подшипников скольжения из биметалла сталь-бронза / С. Г. Денисенко, С. П. Глушко // Современные методы наплавки, упрочняющие покрытия и используемые материалы : Тез. докл. IV Укр. респ. науч.-тех. конф. — Харьков : Изд-во ХАДИ, 1990. — С. 70–71.
8. Николенко, С. В. Новые электродные материалы для электроискрового легирования / С. В. Николенко. — Владивосток : Дальнаука, 2005. — 219 с.
9. Николенко, С. В. Синтез материалов на основе боридов вольфрама и циркония в режиме горения / С. В. Николенко, В. В. Гостищев, Н. В. Лебухова // Вопросы материаловедения. — 2011. — № 4. — С. 89–94.
10. Наноструктурирование поверхности стали электроискровой обработкой новыми электродными материалами на основе карбида вольфрама / С. В. Николенко, А. П. Кузьменко, Д. И. Тимаков, П. В. Абакумов // Электронная обработка материалов. — 2011. — № 47. — С. 28–35.
11. Zheng Chen. Surface modification of resistance welding electrode by electro-spark deposited composite coatings: Part I. Coating characterization / Zheng Chen, Yixiang Zhou // Surface & Coatings Technology. — 2006. — Vol. 201 (3). — P. 1503–1510. [10.1016/j.surfcoat.2006.02.015](https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2006.02.015)
12. Jun Liu. The formation of a single-pulse electrospark deposition spot / Jun Liu, Ruijun Wang, Yiyu Qian // Surface & Coatings Technology. — 2005. — Vol. 200 (7). — P. 2433–2437. [10.1016/j.surfcoat.2004.07.104](https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2004.07.104)
13. Electrospark coatings deposited onto an Armco iron substrate with nano- and microstructured WC-Co electrodes: Deposition process, structure, and properties / E. I. Zamulaeva, E. A. Levashov, A. E. Kudryashov [et al.] // Surface & Coatings Technology. — 2008. — Vol. 202. P. 3715–3722. [10.1016/j.surfcoat.2008.01.008](https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2008.01.008)
14. Electrospark alloying for deposition on aluminum surface of Al-Sn coatings and their wear resistance under dry friction / V. I. Agafii, V. I. Petrenko, V. M. Fomichev [et al.] // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. — 2013. — Vol. 49 (3). — P. 1–8. [10.3103/S1068375513030022](https://doi.org/10.3103/S1068375513030022)
15. Ribalko, A. V. A modified electrospark alloying method for low surface roughness / Alexander V. Ribalko, Orhan Sahin, Kemal Korkmaz // Surface & Coatings Technology. — 2009. — Vol. 203 (23). — P. 3509–3515. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2009.05.002>
16. Use of the electrospark alloying method to increase the corrosion resistance of a titanium surface / L. P. Kornienko, G. P. Chernova, V. V. Mihailov, A. E. Gitlevich // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. — 2011. — Vol. 47 (1). — P. 9–17.
17. Tribological properties of electrospark-deposited and further laser-hardened coatings / E. Feldshtein, M. A. Kardapolova, R. Gaida, B. Khorodyski // Journal of Friction and Wear. — 2013. Vol. 34 (2). — P. 137–141. [10.3103/S1068366613020049](https://doi.org/10.3103/S1068366613020049)
18. Topala, P. Nanostructures obtained using electric discharges at atmospheric pressure / Pavel Topala, Alexandr Ojegov, Veaceslav Ursaki // In: Nanostructures and Thin Films for Multifunctional Applications. Springer, 2016. — P. 43–83.

Поступила в редакцию 19.07.2021

Поступила после рецензирования 02.08.2021

Принята к публикации 03.08.2021

Об авторе:

Глушко Сергей Петрович, доцент кафедры «Системы управления и технологические комплексы», ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет» (350072, РФ, г. Краснодар, ул. Московская, д. 2 А), кандидат технических наук, доцент, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7087-6572>, sputnik_s7@mail.ru

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 697.1

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-260-267>

Тепловой расчет конструкций



А. В. Майстренко

ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону,
Российская Федерация)

anatol-maystrenko@yandex.ru

Введение. Рассмотрен тепловой расчет объемной конструкции с использованием метода конечных элементов. По планам Министерства энергетики РФ в стране в ближайшие годы будет создана мощная индустрия ветровой энергетики. В связи с этим расчеты при производстве строительных конструкций ветроэнергетических установок в настоящее время приобретают большое значение. Производство таких конструкций из стеклопластика представляет собой сложный термохимический процесс, включающий полимеризацию связующего при строго заданных тепловых режимах. Целью работы является разработка методики трехмерного конечно-элементного расчета нестационарного режима нагрева составной конструкции сложной формы.

Материалы и методы. Определение полей температур конструкции сложной формы, выполненной из неоднородных материалов, приводит к необходимости применения численных методов и, в первую очередь, метода конечных элементов. Конечно-элементное моделирование поведения композиционных материалов при формовании до настоящего времени остается незавершенным. Для частичного ее решения выполнена адаптация известного уравнения теплопроводности для конкретной задачи на основе первого закона термодинамики. Предложены новые конечно-элементные модели, описывающие тепловые поля в конструкции при ее изготовлении. Определена точность моделирования тепловых процессов. Проведено численное моделирование нагрева.

Результаты исследования. Решение задачи выполнено в многофункциональном программном комплексе ANSYS с реализацией методики расчета на языке параметрического программирования APDL. Рассчитаны поля температуры лопастных элементов ветроэнергетических установок на этапе их изготовления, что позволило выявить характерные особенности технологического процесса производства данных конструкций и получить рекомендации по уточнению процесса их склейки.

Обсуждение и заключения. Полученные результаты могут быть использованы в тепловых расчетах элементов строительных слоистых конструкций сложной формы из композиционных материалов в ветроэнергетике, машиностроении, авиастроении, судостроении, приборостроении и т. д.

Ключевые слова: конечно-элементный расчет, температурное поле, неметаллическая конструкция, технологический процесс, моделирование.

Для цитирования: Майстренко, А. В. Тепловой расчет конструкций / А. В. Майстренко // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 3. — С. 260–267. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-260-267>

© Майстренко А. В., 2021



Building structures thermal calculation

A. V. Maistrenko

Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

anatol-maystrenko@yandex.ru

Introduction. The thermal calculation of a volumetric structure using the finite element method is considered. According to the plans of the Ministry of Energy of the Russian Federation, a powerful wind energy industry will be created in

the country in the coming years. In this regard, calculations in the production of building structures of wind power plants are currently becoming a challenge. The production of such fiberglass structures is a complex thermochemical process, including the polymerization of the binder under strictly specified thermal conditions. The work objective is to develop a method for three-dimensional finite element calculation of the non-stationary heating mode of a complex-shaped composite structure.

Materials and Methods. The determination of the temperature fields of a complex-shaped structure made of inhomogeneous materials causes using numerical methods and, first of all, the finite element method. The finite element modeling of the behavior of composite materials under molding is still incomplete. For its partial solution, the well-known heat conduction equation is adapted for a specific problem based on the first law of thermodynamics. New finite element models describing the thermal fields in the structure during its manufacture are proposed. The accuracy of modeling thermal processes is specified. Numerical simulation of heating is carried out.

Results. The solution to the problem was performed in the multifunctional software complex ANSYS with the implementation of the calculation method in the parametric programming language APDL. The temperature fields of the blade elements of wind power plants at the stage of their manufacture were calculated, which made it possible to identify the characteristic features of the production process of these structures and to obtain recommendations for clarifying the process of their gluing.

Discussion and Conclusions. The results obtained can be used in thermal calculations of elements of complex layered structures made of composite materials in wind power, mechanical engineering, aircraft, shipbuilding, instrumentation, etc.

Keywords: finite element calculation, temperature field, nonmetallic structure, technological process, modeling.

For citation: A. V. Maistrenko. Building structures thermal calculation. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 3, p. 260–267. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-260-267>

Введение. Тепловые расчеты при производстве строительных конструкций ветроэнергетических установок в настоящее время приобретают большое значение. По планам Министерства энергетики РФ¹ в стране в ближайшие годы будет создана индустрия ветровой энергетики. В 2016–2017 гг. в нее пришли крупные российские и иностранные инвесторы, которые взяли обязательства по развитию технологической и производственной базы. Устраняются основные недостатки лопастных ветроэнергетических установок путём совершенствования их конструкции и технологии изготовления. В первую очередь это относится к лопастям, которые являются основными элементами ветротурбины, концентрирующими главную интеллектуальную составляющую установки. Производство стеклопластиковой лопасти представляет собой сложный термохимический процесс, включающий полимеризацию связующего при строго заданном тепловом режиме. В связи с этим точный расчет температурных полей в теле лопасти при ее формовании имеет большое практическое значение.

Определение полей температур конструкции сложной формы, выполненной из неоднородных материалов, приводит к необходимости применения в расчетах численных методов и, в первую очередь, метода конечных элементов (МКЭ). Проблема конечно-элементного моделирования композиционных материалов при формовании остается до настоящего времени нерешенной. Это определяется сложностью поведения композита как неоднородного материала, обладающего ярко выраженными термозависимыми физическими, в т. ч. реологическими свойствами, остаточными внутренними явлениями, старением и др.

Современные модели учитывают анизотропность материала, его пластическое поведение при сложном напряженно-деформированном состоянии и др. Так, в работах [1, 2] исследованы температурные свойства композиционных материалов. Для обоснования и подтверждения влияния распределения и ориентации упрочняющих частиц на коэффициент температурного расширения материала авторами выполнено конечно-элементное моделирование. При геометрическом построении за основу была принята реальная микроструктура. Расчетами установлено, что экспериментально обнаруженная анизотропия температурных свойств объясняется внутренними напряжениями в композите, зависящими от ориентации наполнителя.

Многие исследования посвящены расчетам двумерных моделей армированных композиционных материалов. Для анализа и оптимизации свойств композита предложена расчётная конечно-элементная схема, учитывающая его температурные свойства [3]. С помощью МКЭ рассчитаны поля остаточных напряжений, образующихся в матрице в результате термической обработки для модели композита, включающего армирующие волокна [4]. С использованием конечно-элементной модели рассчитаны эффективные упругие характеристики многослойного композиционного материала, причем каждый слой описывался собственными термомеханиче-

¹Возобновляемая энергетика в России состоялась как отрасль / Министерство энергетики российской федерации // minenergo.gov.ru : [сайт]. URL: <https://minenergo.gov.ru/node/10307/> (дата обращения: 04.02.2021).

скими свойствами [5]. Моделирование поведения анизотропных материалов и другие вопросы термонагружения проанализированы также в работах [6–13].

Большинство исследований, базирующихся на конечно-элементном анализе, выполнены с использованием универсальной программной системы ANSYS, позволяющей решать линейные и нелинейные, стационарные и нестационарные пространственные задачи теплопередачи и теплообмена. Например, с помощью ANSYS решены задачи:

- нестационарного нагрева конструкции при наличии зависимости от времени коэффициента конвекции²;
- теплового расширения элементов при интенсивном нагреве³;
- тепловыделения при пластической деформации⁴;
- передачи теплоты в многослойных конструкциях через границу раздела сред⁵ и др.

Исследованию процессов обработки полимерных композиционных материалов посвящены работы С. Н. Шевцова, например [14]. Несмотря на большое количество работ, посвященных численным тепловым расчетам, актуальность оценки теплового режима формования конструкций лопастных установок сохраняется. Повышение требований к качеству производства элементов ветротурбин приводит к необходимости дальнейшего уточнения математических конечно-элементных моделей теплопередачи на основе более полного учета внешних и внутренних факторов.

Целью работы является исследование нестационарных полей температур составной конструкции сложной объемной формы лопастного элемента ветроэнергетической установки в процессе ее изготовления при учете физических особенностей и геометрических нелинейностей. Одна из конструкций состоит из лонжерона и хвостового отсека, части которых выполнены из стеклопластика, резины, вспененного пластика и др. Хвостовой отсек изготавливается по клеевой технологии в специальном приспособлении, которое состоит из верхнего и нижнего полукорпусов с мощными ребрами жесткости. Между ними закладывается лопастной элемент. Для его качественной склейки необходимо строго выдерживать скорость нагрева и температуру выдержки в клеевых швах. Задание теплового режима осуществляется размещением приспособления с отсеком в нагревательной печи.

Постановка задач работы состоит в следующем. Требуется создать конечно-элементную модель нагрева лопастного элемента при его формовании, рассчитать объемные поля температуры в любой момент процесса, определить точность моделирования тепловых процессов в теле конструкции, а также сформировать график набора температуры в печи, обеспечивающий требуемый режим нагрева клеевых зон отсека.

Материалы и методы. Основой тепловых расчетов является утверждение первого закона термодинамики о том, что количество теплоты, полученное изолированной системой, затрачивается на изменение ее внутренней энергии. Применительно к элементарному объему это утверждение можно выразить математически:

$$\rho c (\partial T / \partial t + \{V\}^T \{L\} T) + \{L\}^T \{q\} = q_v, \quad (1)$$

где ρ — плотность материала; c — удельная теплоемкость; T — температура; t — время; $\{q\}$ — вектор теплового потока; q_v — тепловыделение единичного объема.

Векторный оператор $\{L\}$ и вектор скорости $\{V\}$ для теплопередачи, реализуемой массой:

$$\{L\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{Bmatrix}, \quad \{V\} = \begin{Bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{Bmatrix},$$

где x, y, z — координаты.

По закону Фурье тепловой поток связан с градиентом температуры:

$$\{q\} = -[D]\{L\}T, \quad (2)$$

где $[D]$ — матрица теплопроводности:

² Thermal Time-Transient Loading and Solution in Ansys / SimuTechGroup // simutechgroup.com : [сайт]. — URL: <https://www.simutechgroup.com/tips-and-tricks/fea-articles/97-fea-tips-tricks-thermal-transient>. (дата обращения: 04.02.2021).

³ Extreme Thermal Expansion Modeling in Ansys Mechanical Workbench / SimuTechGroup // simutechgroup.com : [сайт]. — URL: <https://www.simutechgroup.com/tips-and-tricks/fea-articles/139-extreme-thermal-expansion-modeling-in-ansys-mechanical>. (дата обращения: 04.02.2021).

⁴ Heat Generation in Plastic Deformation Using Ansys Mechanical APDL and Workbench V14.5: Application of the New Act Module / SimuTechGroup // simutechgroup.com : [сайт]. — URL: <https://www.simutechgroup.com/tips-and-tricks/fea-articles/171-fea-tips-tricks-ansys-heat-generation-plastic-deformation>. (дата обращения: 04.02.2021).

⁵ Heat Conduction Across a Contact Element Gap in Ansys Workbench Mechanical / SimuTechGroup // simutechgroup.com : [сайт]. — URL: <https://www.simutechgroup.com/tips-and-tricks/fea-articles/229-fea-tips-tricks-heat-conduction-contact-element-gap-ansys-workbench-mechanical>. (дата обращения: 04.02.2021).

$$[D] = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_y & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z \end{bmatrix}.$$

Объединяя (1) и (2), получим:

$$c(\partial T / \partial t + \{V\}^T \{L\} T) = \{L\}^T ([D] \{L\} T) + q_v. \quad (3)$$

Раскрывая (3), получим:

$$\rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_x \frac{\partial T}{\partial x} + V_y \frac{\partial T}{\partial y} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = q_v + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right).$$

Основное уравнение теплопроводности дополняется граничными условиями:

1. Задание температуры на поверхности: $T = T^*$.
2. Задание теплового потока на поверхности:

$$\{q\}^T \{n\} = -q^*,$$

где $\{n\}$ — нормальный к поверхности единичный вектор; q^* — удельный тепловой поток.

3. Теплопередача соответствует закону Ньютона (поверхностная конвекция):

$$\{q\}^T \{n\} = \alpha_f (T_s - T_b),$$

где α_f — коэффициент теплопередачи, T_s — температура на поверхности, T_b — температура граничащей среды.

Для случая постоянных теплофизических коэффициентов исследуемые тепловые процессы описываются трехмерным уравнением нестационарной теплопроводности (уравнением Фурье):

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right),$$

где λ — коэффициент теплопроводности.

В связи с симметричностью задачи расчет проводится лишь для половины конструкции. Граничные условия для плоскости сечения определяются из условия: $q = 0$.

На стыковочных поверхностях предполагается идеальный тепловой контакт, отсутствие термического сопротивления:

$$T|_{-0} = T|_{+0}; \quad \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x}|_{-0} = \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x}|_{+0}.$$

Конвективные тепловые потоки подводятся к наружным поверхностям приспособления. Внутреннее тепловыделение при нагреве не учитывается. Начальные условия предполагают фиксацию постоянной температуры по всей исследуемой области: $T = T_0$.

Задача решена методом конечных элементов в многофункциональном программном комплексе ANSYS на языке параметрического программирования APDL. Конструкция нагревается с наружной поверхности конвекцией. Результаты разбивки приспособления и отсека на блоки, а также на объемные тетрагональные конечные элементы представлены на рис. 1.

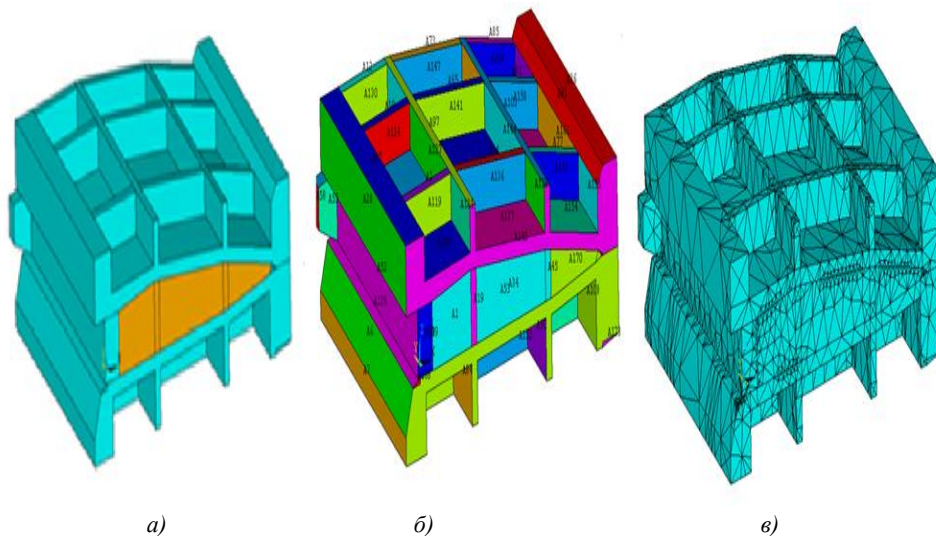


Рис. 1. Склеенное приспособление с хвостовым отсеком: а — общий вид; б — поверхности модели с указанием их номеров; в — разбивка анализируемой области на конечные элементы

Теплофизические свойства материалов, используемых в расчетах, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Теплофизические свойства материалов

Материал	λ , Вт/(м·К)	c , Дж/(кг·К)	ρ , кг/м ³
Стеклопластик	0,38	1230	1710
Al-сплав	176	798	2700

Созданная для решения поставленной задачи программа определяет значения температуры в каждом расчетном узле на протяжении всего технологического процесса склейки.

Алгоритм расчета состоит из следующих шагов:

- задание исходных данных (геометрии, теплофизических свойств, начальной температуры и т. п.);
- разбивка области на конечные элементы;
- приложение тепловых источников;
- определение температуры области в конце шагов нагрева;
- вывод результатов расчета (тепловых потоков, температурных полей) на печать.

Для проверки правильности работы программа проходила тестирование. На рис. 2 показаны экспериментальные и расчетные зависимости температуры от времени в клеевой зоне (нижние кривые) и в самой печи (верхние кривые). Абсолютная погрешность расчета температуры в точке склейки не превышает 5 °С, относительная погрешность для реально значимых температур — не более 6 %.

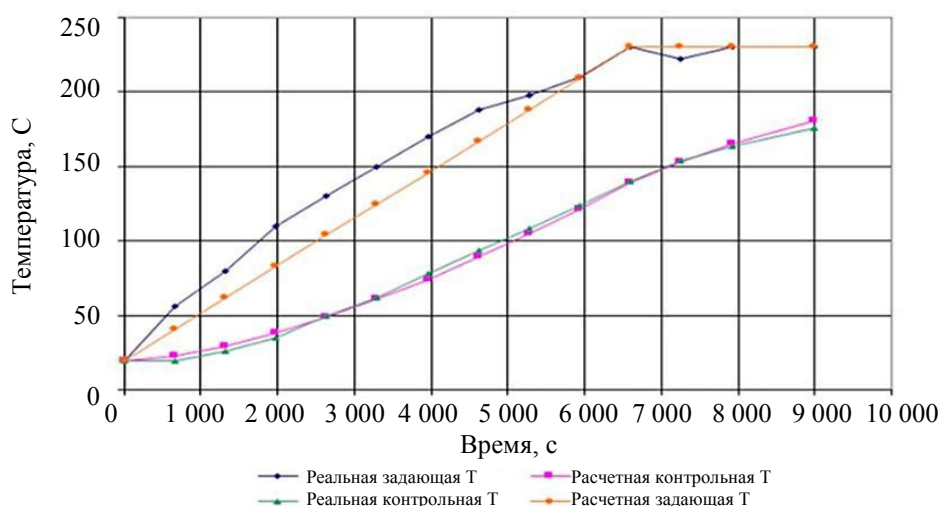


Рис. 2. Зависимости от времени расчетных и измеренных температур в контрольной и задающей точках

Результаты исследования. Технологический процесс включает в себя монотонный, непрерывный нагрев клеечного приспособления и лопастного элемента до определенной температуры и ее поддержание заданное время. Результаты расчета приведены на рис. 3–7. Так, на рис. 3 представлено распределение по объему в определенный момент времени тепловых потоков в векторной форме и суммарное количество теплоты в теле приспособления с отсеком.

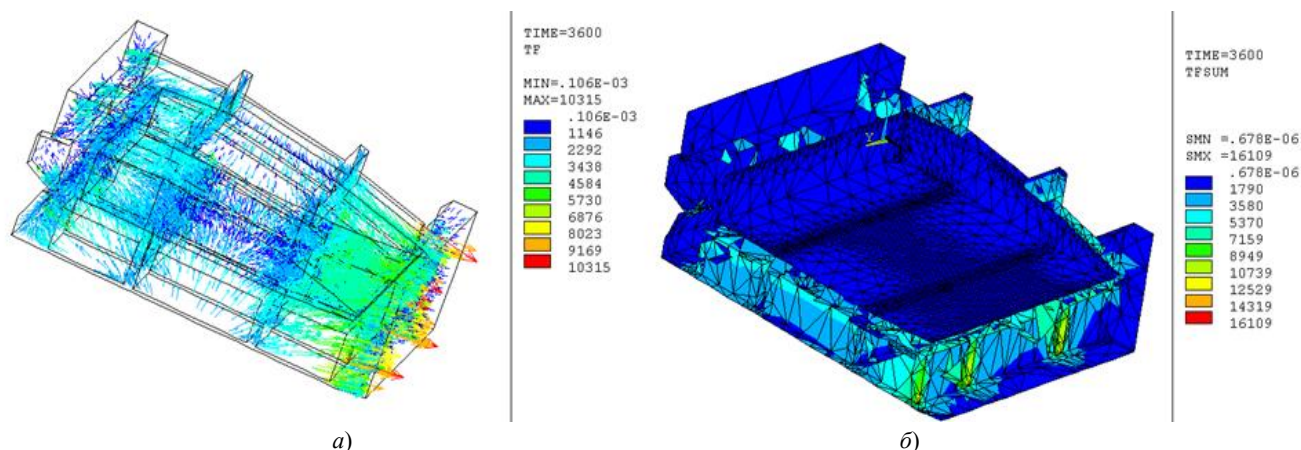


Рис. 3. Тепловые потоки (а) и суммарный нагрев (б) приспособления с отсеком

Так как скорость нагрева приспособления относительно невелика, тепловые потоки перераспределяются по его объему равномерно и оказываются приблизительно одинаковыми по всем направлениям. Небольшие исключения касаются лишь ребер жесткости. Конвективные тепловые потоки подводятся с боков, имеющих большую площадь, а отводятся теплопроводностью в тело полукорпусов через узкое поперечное сечение.

На рис. 4 представлены температурные градиенты в теле приспособления с отсеком в один из моментов нагрева. Видно, что тепло распространяется от наружных поверхностей приспособления к внутренним областям. Тепловые потоки наиболее активно подводятся в местах близких к боковому вкладышу и перемещаются одновременно как от бокового вкладыша, так и от верхнего и нижнего полукорпусов приспособления. На этом же рисунке представлен объемный вид температурного поля в аналогичный момент времени. Поскольку лопастной отсек неметаллический, его теплопроводность низка, и распределение температуры оказывается неравномерным.

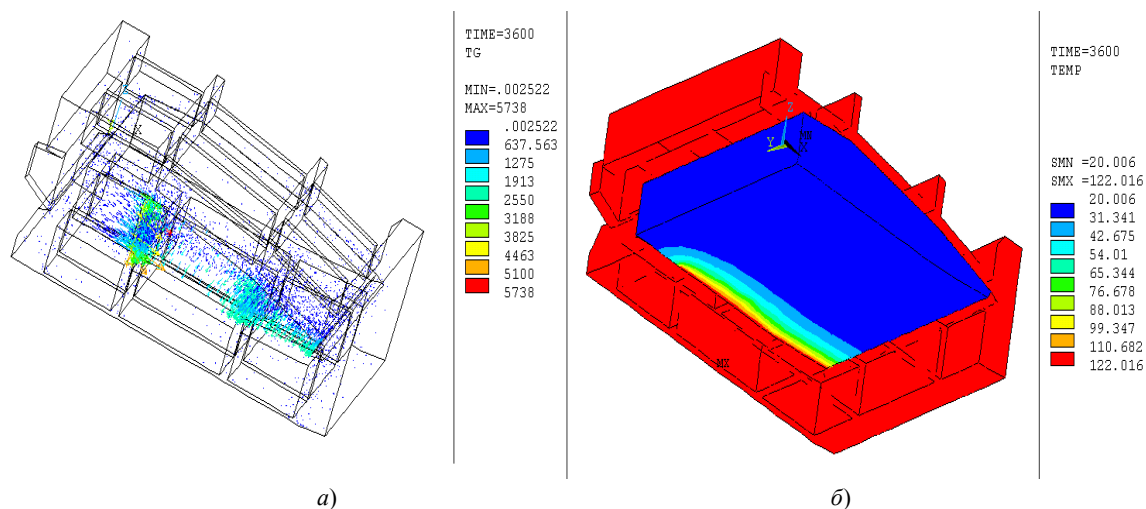


Рис. 4. Векторные поля градиента температуры (а) и температуры (б) в теле приспособления с лопастным отсеком

Зависимости температуры от времени в отдельных точках клеевой зоны представлены на рис. 5–7. Изменением значений задающих температур окружающей среды и количества их переключений можно добиться максимального соответствия графика набора и выдержки температуры в клеевых зонах требованиям технологического процесса.

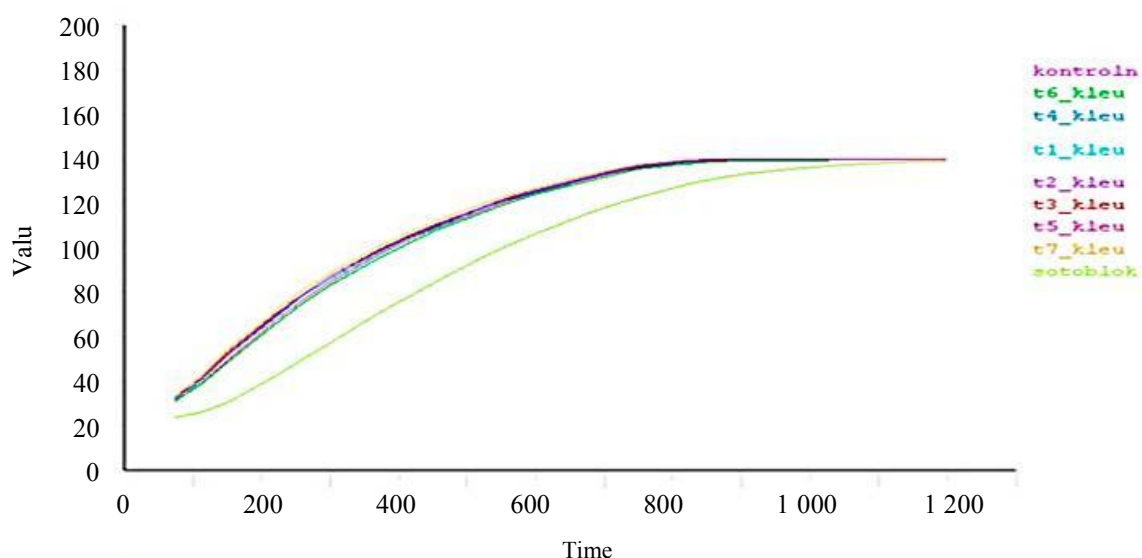


Рис. 5. Зависимости температуры от времени в характерных точках клеевых зон и в блоке (зеленая линия) для технологического режима, включающего два переключения при задающих температурах 160 и 140 °С

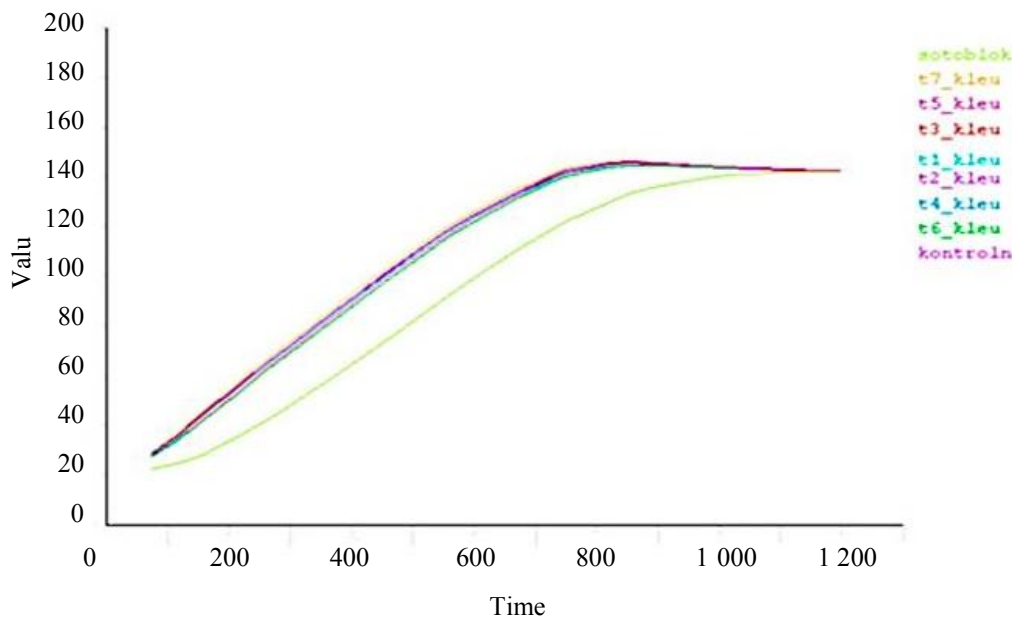


Рис. 6. Зависимости температуры от времени в характерных точках клеевых зон и в блоке (зеленая линия) для технологического режима, включающего четыре переключения при точности задания температуры до 10 °С

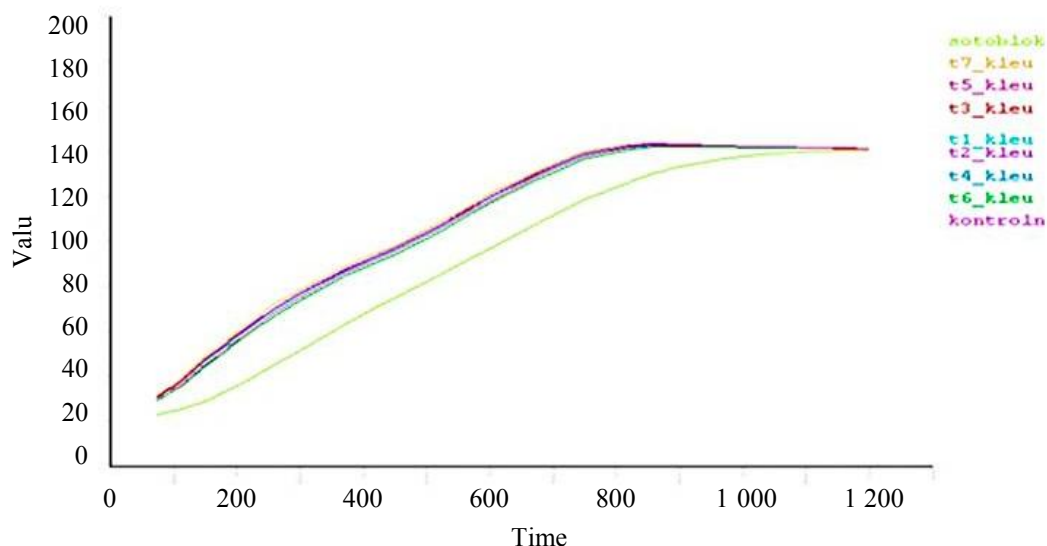


Рис. 7. Зависимости температуры от времени в характерных точках клеевых зон и в блоке (зеленая линия) для технологического режима, включающего три переключения

Обсуждение и заключения. Выполненный тепловой расчет элементов строительных конструкций ветроэнергетических установок на этапе изготовления позволил выявить характерные особенности нагрева и получить рекомендации по уточнению параметров технологического процесса их склейки.

Библиографический список

1. Chawla, N. Thermal expansion anisotropy in extruded SiC particle reinforced 2080 aluminum alloy matrix composites / N. Chawla, X. Deng, D.R.M. Schnell // Material Science and Engineering A. — 2006. — Vol. 426 (1). — P. 314–322. [10.1016/j.msea.2006.04.054](https://doi.org/10.1016/j.msea.2006.04.054)
2. Chawla, K. K. Thermal Shock Behavior of Ceramic Matrix Composites / K. K. Chawla, N. Chawla / Encyclopedia of Thermal Stresses. — John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey. — 2014. — P. 370–374. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2739-7_94
3. Boguszewski, T. Design rules for optimizing microstructures of composite for thermal management / T. Boguszewski, L. Ciupinski, K. Kurzydowski // In: Proc. Int. Conf. on Advanced Processing for Novel Functional Materials. — APNFM 2008. — 2012. URL: https://moam.info/1-design-rules-for-optimising-microstructures-of-composite-for-thermal-_5b2bfd3e097c47717f8b459d.html (accessed: 29.04.2019).

4. Maligno, A. Finite element investigations on the microstructure of fibre-reinforced composites / A. Maligno, N. A. Warrior // *eXPRESS Polymer Letters*. — 2008. — Vol. 2 (9). — P. 665–676. [10.3144/expresspolymlett.2008.79](https://doi.org/10.3144/expresspolymlett.2008.79)
5. Xu, Y. J. Microstructure modeling and prediction of effective elastic properties of 3D multiphase and multi-layer braided composite / Y. J. Xu, W. H. Zhang, M. Domaszewski // *Materials Science and Technology*. — 2011. — Vol. 27 (7). — P. 1213–1221.
6. Modeling Anisotropic Multiphase Heterogeneous Materials via Directional Correlation Functions: Simulations and Experimental Verification / Sudhanshu S. Singh, Yang Jiao, Jason J. Williams, Nikhilesh Chawla // *Metallurgical and Materials Transactions A*. — 2012. — Vol. 43 (12). — P. 4470–4474. [10.1007/s11661-012-1451-7](https://doi.org/10.1007/s11661-012-1451-7)
7. Yazzie, K. E. The Asymmetric Growth Behavior of Intermetallic Compound Layers During Extended Re-flow of Sn-rich Alloy on Cu / Kyle E. Yazzie, Jonathan Topliff, Nikhilesh Chawla // *Metallurgical and Materials Transactions A*. — 2012. — Vol. 43. — P. 3442–3446.
8. Three-dimensional (3D) Microstructure-Based Modeling of Interfacial Decohesion in Particle Reinforced Metal Matrix Composites / J. J. Williams, J. Segurado, J. LLorca, N. Chawla // *Materials Science and Engineering: A*. — 2012. — Vol. 557. — P. 113–118. [10.1016/j.msea.2012.05.108](https://doi.org/10.1016/j.msea.2012.05.108)
9. Cyclic Indentation Behavior of Metal-Ceramic Nanolayered Composites / Y.-L. Shen, C. B. Blada, J. J. Williams, N. Chawla // *Materials Science and Engineering: A*. — 2012. — Vol. 557. — P. 119–125. [10.1016/j.msea.2012.05.103](https://doi.org/10.1016/j.msea.2012.05.103)
10. Finite Element Simulation of Swelling-Induced Crack Healing in Gels / J. Zhang, Y. An, K. E. Yazzie [et al.] // *Soft Matter*. — 2012. — Iss. 31. — P. 8107–8112.
11. High Temperature Nanoindentation Behavior of Al/SiC Multilayers / S. Lotfian, J. M. Molina-Aldareguia, K. E. Yazzie [et al.] // *Philosophical Magazine Letters*. — 2012. — Vol. 92 (8). — P. 362–367. [10.1080/09500839.2012.674220](https://doi.org/10.1080/09500839.2012.674220)
12. Environmental Effects on Fatigue Crack Growth in 7075 Aluminum Alloy / A. Bonakdar, F. Wang, J. J. Williams, N. Chawla // *Metallurgical and Materials Transactions A*. — 2012. — Vol. 43 (8). — P. 2799–2809. [10.1007/s11661-011-0810-0](https://doi.org/10.1007/s11661-011-0810-0)
13. Walters, J. L. Influence of Thermal Aging on the Microstructure and Mechanical Behavior of Sintered Dual Phase Stainless Steels / J. L. Walters, J. J. Williams, N. Chawla // *Metallurgical and Materials Transactions A*. — 2012. — Vol. 43. — P. 124–135.
14. Шевцов, С. Н. Повышение производительности обработки и качества отверстий в слоистом армированном титаном стеклопластике за счет снижения виброактивности процесса сверления / С. Н. Шевцов, В. В. Сибирский, Е. Г. Чигринцев // *Вестник Донского государственного технического университета*. — 2016. — Т. 16, № 1. — С. 119–126. <https://doi.org/10.12737/18273>

Поступила в редакцию 05.07.2021

Поступила после рецензирования 26.07.2021

Принята к публикации 27.07.2021

Об авторе:

Майстренко Анатолий Викторович, доцент кафедры «Информационные системы в строительстве», ФГБУ ВО «Донской государственный технический университет (344003, РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент, Scopus ID: 57204525180, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8391-7169>, anatol-maystrenko@yandex.ru

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.8-1/-9

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-268-274>

Метод оценки текущей и дополнительной нагрузки на систему электрических приводов механизмов параллельной кинематической структуры



Т. Н. Круглова

ФГБОУ ВО «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М. И. Платова»
(г. Новочеркасск, Российская Федерация)

tatyana.kruglova.02@mail.ru

Введение. В статье рассматривается проблема нагрузки на систему электрических приводов в параллельной кинематической структуре. Описана задача разработки отказоустойчивой системы, позволяющей выполнять заданный технологический процесс при отказе одного или нескольких приводов. Цель работы — создание метода оценки текущей и дополнительной нагрузки на каждый привод механизма параллельной кинематической структуры. Решение позволяет корректировать режим эксплуатации при выполнении заданного технологического процесса без ущерба для исправных приводов.

Материалы и методы. Ранее разработан метод диагностирования, который базируется на расчете и анализе коэффициентов прямых, аппроксимирующих огибающие значений коэффициентов вейвлет-преобразования сигналов тока электродвигателя с учетом характерных масштабов. Это дает возможность определить текущее техническое состояние электродвигателя и найти неисправности. Логическое продолжение данного подхода — предлагаемый метод оценки текущей и дополнительной нагрузки. Он позволяет на основе коэффициентов прямых, аппроксимирующих огибающие вейвлет-коэффициентов токового сигнала, найти текущую нагрузку на привод. Для расчета дополнительной нагрузки учитываются количество и местоположение неисправных приводов.

Результаты исследования. Для каждого масштаба вейвлет-коэффициентов определены относительные коэффициенты и текущая нагрузка на каждый привод. Проверена возможность перераспределения нагрузки на два соседних домкрата, исследовано поведение системы в этом случае. Нагрузка, перемещаемая неисправным домкратом, перераспределяется на два соседних домкрата в равных долях — по 14,76 %. Общая нагрузка на приводы — 44,28 %, что безопасно для сервопривода. Нагрузка на привод четвертого домкрата не меняется (29,52 %). Приводы имеют достаточный запас надежности. Установлено, что все три режима эксплуатации допустимы для исследуемого сервопривода, не ведут к динамическим перегрузкам и преждевременному отказу.

Обсуждение и заключения. Экспериментальные исследования метода оценки текущей и дополнительной нагрузки показали его адекватность и высокую эффективность. Установлено, что при отключении приводов одной из стоек механизма система выполнила перераспределение нагрузки на приводы. Таким образом удалось избежать их динамических перегрузок и преждевременного отказа. Значит, решение способно обеспечить надежное функционирование комплекса на время ремонтных работ.

Ключевые слова: механизм параллельной кинематической структуры, система приводов, оценка текущей и дополнительной нагрузки, вейвлет-преобразование, аппарат нечеткой логики.

Для цитирования: Круглова, Т. Н. Метод оценки текущей и дополнительной нагрузки на систему электрических приводов механизмов параллельной кинематической структуры / Т. Н. Круглова // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 3. — С. 268–274. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-268-274>

© Круглова Т. Н., 2021



Method for assessing the current and additional load on the parallel kinematic structure mechanisms electric drive system

T. N. Kruglova  

Platov South-Russian State Polytechnic University (Novocherkassk, Russian Federation)

 tatyana.kruglova.02@mail.ru

Introduction. The problem of the load on an electric drive system in a parallel kinematic structure is considered. The task of developing a fault-tolerant system that provides performing a given process in case of a failure of one or more drives is described. The work objective is to create a method for estimating the current and additional load on each drive of the mechanism of a parallel kinematic structure. The solution enables to correct the operating mode when performing a given process without compromising serviceable drives.

Materials and Methods. Previously, a diagnostic method was developed. It is based on the calculation and analysis of the coefficients of straight lines that approximate the envelopes of the values of the wavelet transform coefficients of electric motor current signals, taking into account the characteristic scales. This makes it possible to determine the current technical condition of the electric motor and find malfunctions. The logical continuation of this approach is the proposed method for assessing the current and additional load. It provides finding the current load on the drive based on the coefficients of the lines approximating the envelopes of the wavelet coefficients of the current signal. To calculate the additional load, the number and location of faulty drives are taken into account.

Results. For each scale of the wavelet coefficients, the relative coefficients and the current load on each drive are determined. The possibility of redistributing the load to two adjacent jacks was checked; the behavior of the system in this case was investigated. The load moved by the faulty jack is redistributed to two adjacent jacks in equal shares — 14.76 % each. The total load on the drives is 44.28 %, which is safe for the servo. The load on the drive of the fourth jack does not change (29.52 %). The drives have a sufficient safety margin. It is established that all three operating modes are acceptable for the studied servo drive, and they do not cause dynamic overloads and premature failure.

Discussion and Conclusions. The experimental studies on the method of assessing the current and additional load have shown its adequacy and high efficiency. It was found that when the drives were disconnected from one of the racks of the mechanism, the system performed a load redistribution on the drives. Thus, it was possible to avoid their dynamic overloads and premature failure. This means that the solution is able to ensure the reliable functioning of the complex at the time of renovation work.

Keywords: parallel kinematic structure mechanism, drive system, assessment of the current and additional load, wavelet transform, fuzzy logic apparatus.

For citation: T. N. Kruglova. Method for assessing the current and additional load on the power drive system of parallel kinematic structure mechanisms. *Advanced Engineering Research*, 2021, vol. 21, no. 3, pp. 268–274.. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-268-274>

Введение. В процессе функционирования механизмов параллельной кинематической структуры возможны отказы одного или нескольких приводов. Среди вероятных последствий: наклон платформы, искривление или заклинивание стойки, недопустимые перегрузки, преждевременный отказ механизма, остановка производства и существенные финансовые потери. Для решения данной проблемы следует создать отказоустойчивую систему приводов механизмов параллельной кинематической структуры, позволяющей корректировать режим эксплуатации с учетом технического состояния. С этой целью необходимо определить текущую нагрузку на каждый исправный привод, а затем, зная количество и взаимное расположение неисправных приводов, рассчитать дополнительную нагрузку на каждый исправный.

Материалы и методы. Надежное функционирование систем приводов механизмов параллельной кинематической структуры обеспечивается постоянным контролем и оценкой технического состояния каждого исполнительного элемента в режиме реального времени [1]. Для этого разработан высокоэффективный метод диагностирования, основанный на анализе тока электродвигателя с помощью вейвлет-преобразования [2]. Суть метода можно описать так: с учетом характерных масштабов рассчитываются значения вейвлет-коэффициентов тока электродвигателя, затем строится огибающая и рассчитывается ее аппроксимирующая прямая. Анализ коэффициентов k и b полученной прямой позволяет определить текущее техническое состояние привода. Если для всех характерных масштабов $k < 0$, то привод исправен, если $k \geq 0$ — неисправен. Таким образом, зная знаки коэффициентов k аппроксимирующих прямых, можно определить текущее состояние каждого привода, рассчитать количество и расположение неисправных приводов относительно друг друга [3].

Для последующей корректировки режима эксплуатации механизма параллельной кинематической

структуры необходимо определить текущую и дополнительную нагрузки на каждый привод системы. Расчет текущей нагрузки на привод основывается на анализе всех параметров аппроксимирующей прямой для заведомо исправного ненагруженного электропривода, работающего в номинальном режиме. Полученные данные являются эталонными коэффициентами k_0, b_0 , с которыми сравниваются текущие значения параметров k, b . Значение максимально допустимых коэффициентов k_{max}, b_{max} можно рассчитать по перегрузочной способности электродвигателя по току K_T [4]. Тогда возможные изменения коэффициентов k, b вычисляются из соотношений:

$$\Delta k = \frac{k - k_0}{k_{max} - k_0}, \Delta b = \frac{b - b_0}{b_{max} - b_0}. \quad (1)$$

Для определения возможности повышения нагрузки на приводы системы разработана модель на базе аппарата нечеткой логики. Входы модели — относительные коэффициенты $\Delta k, \Delta b$ (рис. 1), выход — соответствующий коэффициент, показывающий процент нагрузки на двигатель. Если данный параметр равен нулю, то привод работает в номинальном режиме без нагрузки. Если он равен 100 %, то двигатель имеет максимальную нагрузку и необходимо менять режим его работы.

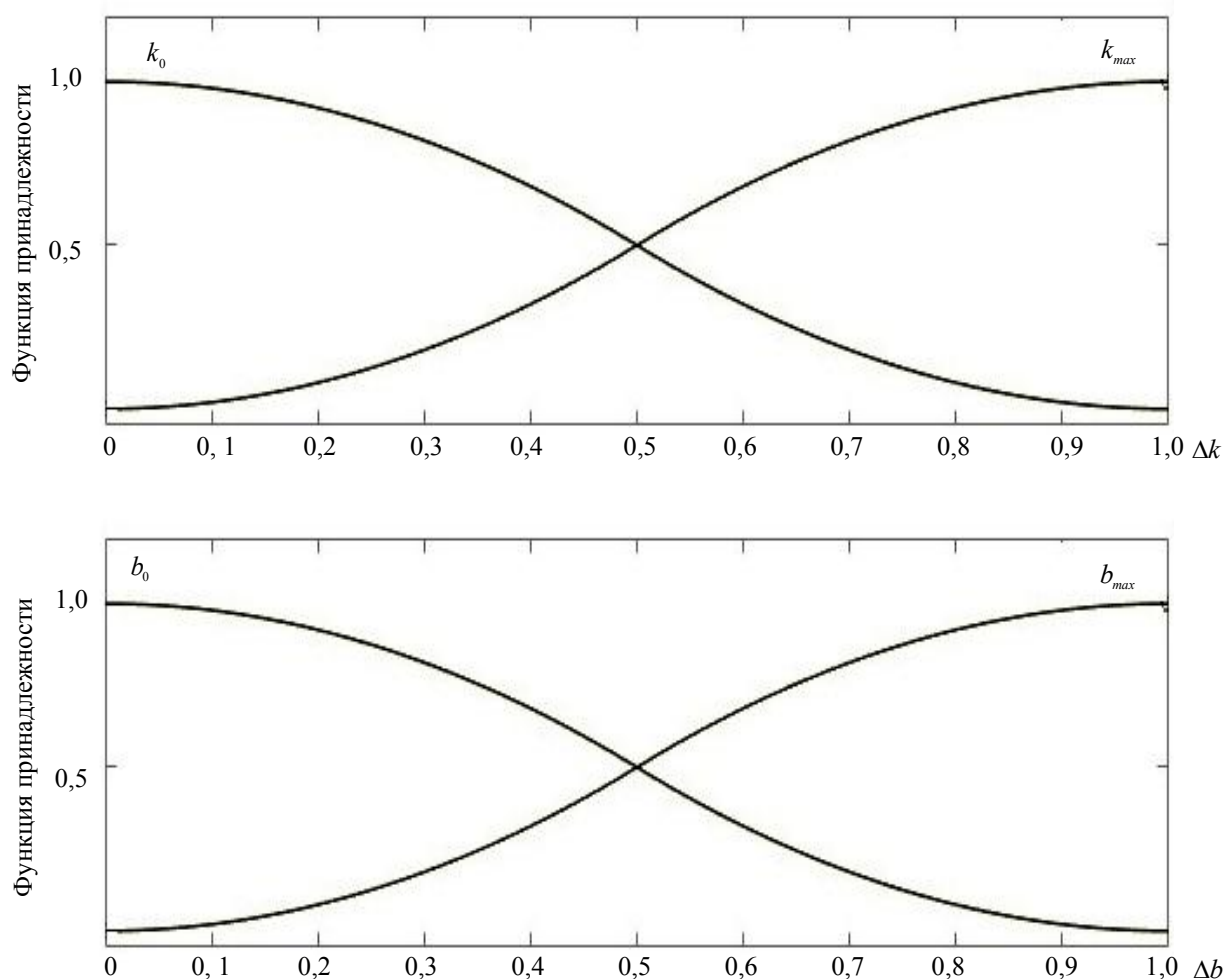


Рис. 1. Входные данные нечеткой модели определения нагрузки на электропривод

Корреляция введенных множеств может быть записана с помощью следующих нечетких правил:

- R_1 : если k есть k_0 и b есть b_0 , то $Load_{ПД} = l_1$;
 R_2 : если k есть k_{max} и b есть b_{max} , то $Load_{ПД} = l_2$.

Для определения значения выходной переменной используется алгоритм нечеткого логического вывода Sugeno [5–14].

Предложенная модель позволяет по результатам анализа коэффициентов прямой, аппроксимирующей огибающую значений вейвлет-коэффициентов, определить текущую нагрузку на электропривод в процентах от предельно допустимой. В случае отказа одного или нескольких приводов системы и допустимой текущей

нагрузки на исправные приводы возможна до k_0 ректировка режима эксплуатации и перераспределение высвободившейся нагрузки на исправные приводы. Для этого необходимо разработать модель расчета дополнительной нагрузки.

Рассмотрим решение данной задачи на примере платформы с двенадцатью параллельными стойками, каждая из которых представляет собой электромеханический домкрат. Равномерный подъем платформы обеспечивается синхронным, равномерным движением всех стоек с заданной скоростью. Для выполнения этого условия при проектировании механизмов параллельной кинематической структуры закладывается равенство нагружения подъемных колонн. В этом случае при исправной работе механизма все приводы должны иметь примерно одинаковую внешнюю нагрузку

$$Load_{ид1} \approx Load_{ид2} \approx \dots \approx Load_{идn}. \quad (2)$$

При отказе одного из приводов перемещаемая им нагрузка перераспределяется на два соседних примерно в равных долях (рис. 2).

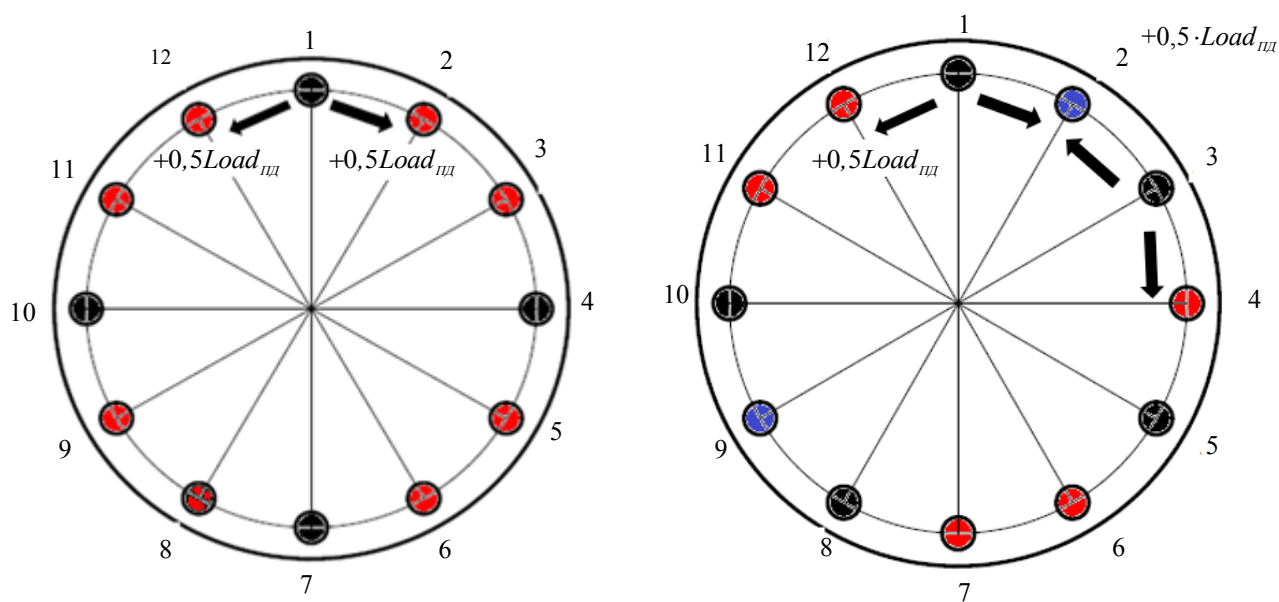


Рис. 2. Взаимное положение неисправных приводов домкратов и возможная коррекция нагрузки

В данном случае дополнительная нагрузка рассчитывается из соотношения (3) и зависит от коэффициента изменения нагрузки (L_{ch})

$$\Delta Load_{идj} = L_{ch} \cdot Load_{идi}. \quad (3)$$

Этот коэффициент зависит от количества и взаимного расположения неисправных приводов домкратов. Теоретически коэффициент изменяется в диапазоне от 0 до n с шагом 0,5. Коэффициент увеличения нагрузки является определяющим при расчете дополнительной нагрузки на привод механизма. Для его расчета разработана модель, основанная на применении аппарата нечеткой логики [7]. Входы модели — техническое состояние каждого привода механизма параллельной кинематической структуры, выходы — коэффициент изменения нагрузки на привод каждого домкрата. В результате диагностирования устанавливается текущее техническое состояние приводов: «исправен» или «неисправен». Поэтому для каждого входа системы на интервале $[0\ 1]$ задаются Z- и S-образные функции принадлежности (рис. 3 а). Исправному приводу будет соответствовать значение входа 1, неисправному — 0. Увеличение коэффициента роста нагрузки больше 2 приводит к критическим перегрузкам домкрата, поэтому в диапазоне $L_{ch} \in [0,2]$ задаем пять треугольных функций принадлежности с шагом 0,5 (рис. 3 б).

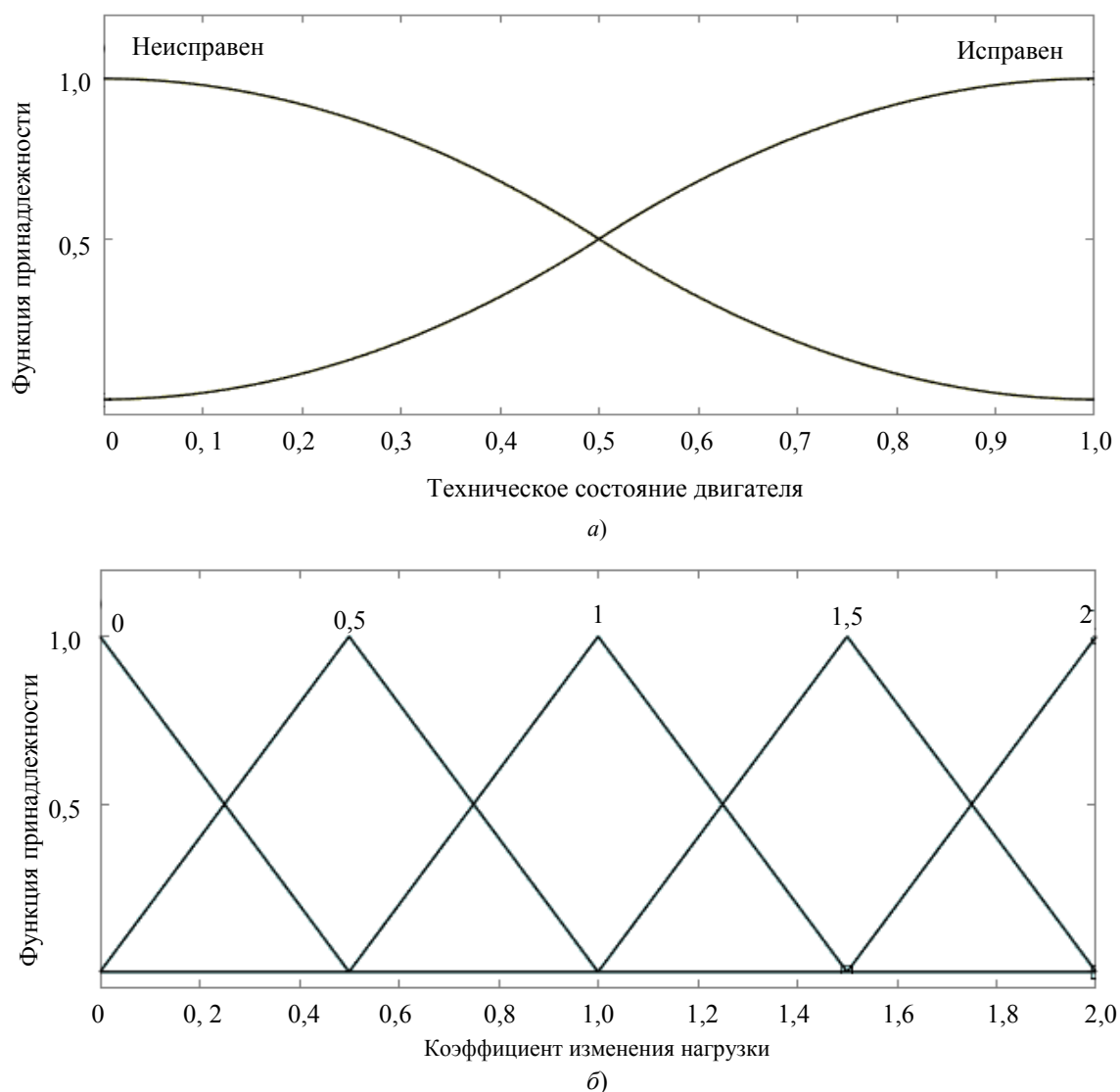


Рис. 3. Функции принадлежности нечеткой модели расчета коэффициентов изменения нагрузки

Для расчета коэффициента увеличения нагрузки на электроприводы механизмов параллельной кинематической структуры использован алгоритм *Mamdani* [8–10]. Полученная модель основывается на анализе количества и взаимного расположения неисправных стоек механизма параллельной кинематической структуры. Эти данные позволяют определить коэффициент дополнительной нагрузки на каждый исправный привод.

Взаимосвязь между введенными множествами записывается в виде базы знаний, фрагмент которой приведен в таблице 1.

Таблица 1

Нечеткая база знаний модели расчета коэффициента дополнительной нагрузки

Номер домкрата								Коэффициент изменения нагрузки домкрата							
1	2	3	4	5	6	...	n	1	2	3	4	5	6	...	n
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0,5	0	0,5	0	0	0
1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	1,5	0	0	0	1,5	0
1	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	2
1	0	1	0	1	1	0,5	0	1	0	0,5	0
...

Объединив две разработанные модели, получим общую модель определения текущей и дополнительной нагрузок на приводы механизма параллельной кинематической структуры (рис. 4).

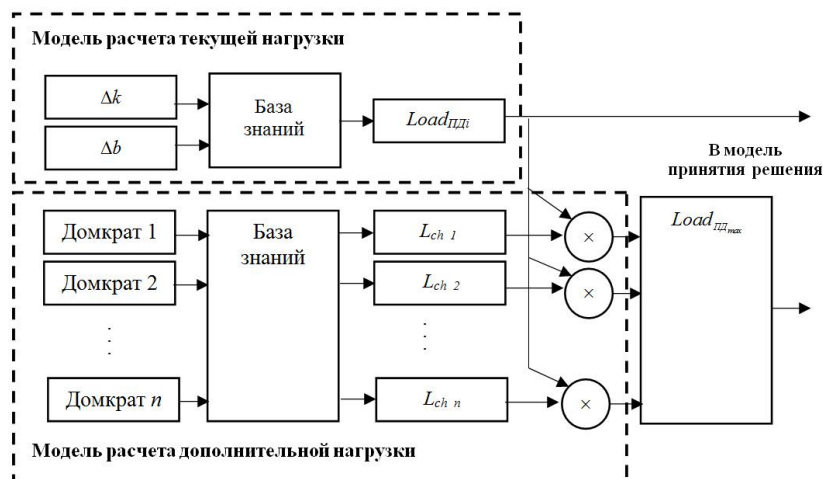


Рис. 4. Структура модели расчета текущей и дополнительной нагрузок на приводы механизма параллельной кинематической структуры

Приведенная модель базируется на количестве и взаимном расположении исправных приводов механизма параллельной кинематической структуры. При этом с учетом характерных масштабов анализируются относительные коэффициенты прямых, аппроксимирующих огибающие значений коэффициентов вейвлет-преобразования тока электродвигателей. Эти данные и аппарат нечеткой логики позволяют определить текущую и дополнительную нагрузку для обеспечения надежности электродвигателей.

Результаты исследования. Для проверки работоспособности предложенного метода расчета текущей и дополнительной нагрузки использовали стенд (рис. 5), состоящий из четырех электромеханических подъемных домкратов с приводом постоянного тока KY110AS0415-15B-D2, синхронно перемещающих груз.

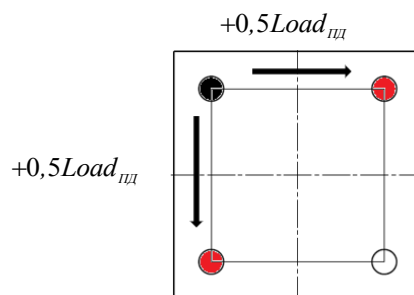


Рис. 5. Расположение неисправного домкрата и возможный вариант коррекции режима эксплуатации механизма параллельной кинематической структуры

Текущая нагрузка на приводы оценена по итогам анализа всех параметров прямой, аппроксимирующей огибающие коэффициентов вейвлет-преобразования с учетом характерных масштабов для заведомо исправного привода, работающего в номинальном режиме. В нашем случае речь идет о результатах первого замера токового сигнала приводов при их установке на электромеханические домкраты. Полученные данные использованы в качестве эталонных k_0, b_0 . С ними сравниваются текущие значения измеряемых параметров k, b .

Для каждого масштаба вейвлет-коэффициентов рассчитаны относительные коэффициенты $\Delta k, \Delta b$, определена текущая нагрузка на каждый привод. Расчеты показали, что средняя нагрузка на все приводы примерно одинаковая — 29,52 % от максимальной. Задача эксперимента — проверка возможности перераспределения нагрузки на два соседних домкрата и исследование поведения системы в этом случае. Нагрузка, перемещаемая неисправным домкратом, перераспределяется на два соседних домкрата в равных долях — по 14,76 %. Тогда общая нагрузка на приводы 1 и 3 (рис. 5) — 44,28 %. Согласно нагрузочной диаграмме это безопасно для сервопривода. Нагрузка на привод четвертого домкрата остается неизменной — 29,52 %. Поскольку коэффициент k для всех приводов отрицателен, а их абсолютные значения значительно больше 0, то приводы имеют достаточный запас надежности.

Для определения влияния данного перераспределения нагрузки на техническое состояние приводов проанализированы механические и электромеханические характеристики сервоприводов. Установлено, что все три режима эксплуатации допустимы для исследуемого сервопривода. Они не ведут к динамическим перегрузкам и преждевременному отказу. Это позволяет обеспечить надежное функционирование комплекса

при проведении ремонтных работ.

Обсуждение и заключения. Разработана модель оценки текущей и дополнительной нагрузки на электрические приводы механизмов параллельной кинематической структуры. Получаемые таким образом данные необходимы для коррекции режима эксплуатации системы приводов в случае отказа исполнительных элементов. Для расчета нагрузки использованы коэффициенты прямой, аппроксимирующей огибающую вейвлет-коэффициентов тока с учетом характерных масштабов. Кроме того, учитывается количество и взаимное положение неисправных домкратов относительно друг друга. Эксперименты показали адекватность представленных методов.

Библиографический список

1. Альван, Х. М. Декомпозиция задачи силового анализа многоподвижного механизма параллельной структуры / Х. М. Альван, А. В. Слоущ // Теория механизмов и машин. — 2005. — Т. 3, № 1. — С. 35–39.
2. Круглова, Т.Н. Исследование технического состояния электропривода при различных условиях нагружения / Т. Н. Круглова // Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. — 2019. — № 3. — С. 112–113.
3. Булгаков, А. Г. Диагностирование технического состояния электропривода на основе применения вейвлет-преобразования / А. Г. Булгаков, Т. Н. Круглова // Бюллетень строительной техники. — 2019. — № 8 (1020). — С. 46–50.
4. Aksenov, Y. On line PD Diagnostic on Medium Voltage Motors and Cable Lines: Useful Tool for the Maintenance Manager / Y. Aksenov, I. Arces, G. Noe // IEEE — URL : <https://ieeexplore.ieee.org/document/1380497> (accessed: 24.08.2021). [10.1109/ELINSL.2004.1380497](https://doi.org/10.1109/ELINSL.2004.1380497)
5. Isermann, R. Fault-Diagnosis Applications. Model-Based conditions monitoring: Actuators, drives, plants, sensors and fault-tolerant systems / Rolf Isermann. — Berlin : Springer, 2011. — 466 p.
6. Cruz, S. M. A. Rotor cage fault diagnosis in three-phases induction motors by extended Park's Vector Approach / S. M. A. Cruz, A. J. M. Cardoso // Electric Machines & Power Systems. — 2000. — Vol. 28 (4). — P. 289–299.
7. Гаскаров, Д. В. Искусственные информационные системы / Д. В. Гаскаров. — Москва : Высшая школа. — 2003. — 435 с.
8. Заде, Л. А. Понятие лингвистической переменной, его применение к принятию приближенных решений / Л. А. Заде. — Москва : Мир, 1976. — 77 с.
9. Круглов, В. В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика / В. В. Круглов, В. В. Борисов. — Москва : Телеком, 2002. — 382 с.
10. Noninvasive detection of broken rotor bars in operating induction motors / G. B. Kliman, R. A. Koegl, J. Stein [et al.] // IEEE Transactions on Energy Conversion. — 1988. — Vol. 3 (4). — P. 873–879. [10.1109/60.9364](https://doi.org/10.1109/60.9364)
11. Jee-Hoon Jung. Online Diagnosis of Induction Motors Using MCSA / Jee-Hoon Jung, Jong-Jae Lee, Bong-Hwan Kwon // IEEE Transactions on Industrial Electronics. — 2006. — Vol. 53 (6). — P. 1842–1852. [10.1109/TIE.2006.885131](https://doi.org/10.1109/TIE.2006.885131)
12. Investigation of torque security problems in electrified vehicles / Jiyu Zhang, Alessandro Amodio, Bilin Aksun Guvenc [et al.] // In: Proc. ASME 2015 Dynamic Systems and Control Conference. — URL : www.researchgate.net/publication/281295777_DSCC2015-9627_investigation_of_torque_security_problems_in_electrified_vehicles (accessed: 24.08.2021). [10.1115/DSCC2015-9627-9627](https://doi.org/10.1115/DSCC2015-9627-9627)
13. Jiyu Zhang. Fault diagnosis for electric drive systems of electrified vehicles based on structural analysis / Jiyu Zhang, Hongyang Yao, Giorgio Rizzoni // IEEE Transactions on Vehicular Technology. — 2016. — Vol. 66 (2). — P. 1027–1039. — URL : https://www.researchgate.net/publication/301571844_Fault_Diagnosis_for_Electric_Drive_Systems_of_Electrified_Vehicles_Based_on_Structural_Analysis (accessed: 24.08.2021). [10.1109/TVT.2016.2556691](https://doi.org/10.1109/TVT.2016.2556691)
14. Thomson, W. T. Current signature analysis to detect induction motor faults / W. T. Thomson, M. Fenger // IEEE Industry Applications Magazine. — 2001. — Vol. 7 (4). — P. 26–34. [10.1109/2943.930988](https://doi.org/10.1109/2943.930988)

Поступила в редакцию 28.06.2021

Поступила после рецензирования 19.07.2021

Принята к публикации 19.07.2021

Об авторе:

Круглова Татьяна Николаевна, доцент кафедры «Мехатроника и гидропневмоавтоматика» Южно-Российского государственного политехнического университета (НПИ) имени М. И. Платова» (346428, РФ, г. Новочеркасск, ул. Просвещения, 132), кандидат технических наук, доцент, Researcher ID: F-4200-2018, Scopus ID 57170357700, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8801-8368>, tatyana.kruglova.02@mail.ru.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 004.021

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-275-283>

Анализ скорости и кривизны траектории в задаче преследования множества целей

А. А. Дубанов  

ФГБОУ ВО «Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова» (г. Улан-Удэ, Российская Федерация)

 alandubanov@mail.ru

Введение. Рассматривается кинематическая модель группового преследования множества целей на плоскости. Преследователи при достижении целей используют метод, подобный параллельному сближению. В отличие от метода параллельного сближения векторы скоростей преследователей и целей направлены произвольно. В методе параллельного сближения мгновенные направления движений преследователя и цели пересекаются в точке, принадлежащей окружности Аполлония. В групповой модели преследования множества целей преследователи стараются придерживаться сети прогнозируемых траекторий.

Материалы и методы. В модели поставлена задача достижения целей преследователями в назначенные моменты времени. Она решается методами многомерной начертательной геометрии при помощи эпюра Радищева. Прогнозируемая траектория является составной линией, которая при передвижении цели перемещается параллельно самой себе. На плоскости проекций «Радиус кривизны — значение скорости» выводится допустимый диапазон скоростей преследователя в виде линий уровня (это прямые, параллельные одной из плоскостей проекций). На плоскость проекций «Радиус кривизны — время достижения цели» выводятся образы линий уровня скоростей. Ведется поиск точек пересечения образов линий скоростей с линией уровня назначенного времени. По линиям связи значения точек пересечения опускаются на плоскость «Радиус кривизны — значение скорости». По полученным точкам строим аппроксимирующую кривую и ищем точку пересечения с линией назначенной скорости. В результате получаем значения радиуса окружности при прогнозируемой линии траектории движения преследователя.

Результаты исследования. По результатам проведенных исследований созданы тестовые программы и изготовлены анимированные изображения в системе компьютерной математики.

Обсуждение и заключения. Данный метод построения траекторий преследователей для достижения множества целей в заданные значения времени может быть востребован разработчиками автономных беспилотных летательных аппаратов.

Ключевые слова: многофакторный анализ, эпюр Радищева, цель, преследователь, траектория, радиус кривизны.

Для цитирования: Дубанов, А. А. Анализ скорости и кривизны траектории в задаче преследования множества целей / А. А. Дубанов // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 3. — С. 275–283. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-275-283>

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке инновационного гранта Бурятского государственного университета в 2021 году «Управление четырехзвенным манипулятором по сигналам, полученным с нейроинтерфейса».

© Дубанов А. А., 2021



Analysis of the speed and curvature of the trajectory in the problem of pursuing a set of targets

A. A. Dubanov  

Banzarov Buryat State University (Ulan-Ude, Russian Federation)

 alandubanov@mail.ru

Introduction. A kinematic model of group pursuit of a set of targets on a plane is considered. Pursuers use a technique similar to parallel approach method to achieve goals. Unlike the parallel approach method, the speed vectors of pursuers and targets are directed arbitrarily. In the parallel approach method, the instantaneous directions of movement of the pursuer and the target intersect at a point belonging to the circle of Apollonius. In the group model of pursuing multiple goals, the pursuers try to adhere to a network of predictable trajectories.

Materials and Methods. The model sets the task of achieving goals by pursuers at designated points in time. This problem is solved by the methods of multidimensional descriptive geometry using the Radishchev diagram. The predicted trajectory is a composite line that moves parallel to itself when the target moves. On the projection plane “Radius of curvature — speed value”, the permissible speed range of the pursuer is displayed in the form of level lines (these are straight lines parallel to one of the projection planes). Images of speed level lines are displayed on the projection plane “Radius of curvature — time to reach the goal”. The search for points of intersection of the speed line images and the appointed time level line is being conducted. Along the communication lines, the values of the intersection points are lowered to the plane “Radius of curvature — speed value”. Using the obtained points, we construct an approximating curve and look for the intersection point with the line of the assigned speed. As a result, we get values of the radius of the circle at the predicted line of the trajectory of the pursuer.

Results. Based on the results of the conducted research, test programs have been created, and animated images have been made in the computer mathematics system.

Discussion and Conclusions. This method of constructing trajectories of pursuers to achieve a variety of goals at a given time values can be in demand by developers of autonomous unmanned aerial vehicles.

Keywords: multidimensional analysis, Radishchev plot, target, pursuer, trajectory, radius of curvature.

For citation: A. A. Dubanov. Analysis of the speed and curvature of the trajectory in the problem of pursuing a set of targets. Advanced Engineering Research, 2021, vol. 21, no. 3, pp. 275–283. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-275-283>

Funding information: the research is done with the financial support from Buryat State University in 2021 (the innovation grant “Control of a four-link manipulator based on signals received from the neurointerface”).

Введение. Рассмотрим модель расчета траектории преследователя на плоскости, где в каждый момент времени от преследователя до цели строится прогнозируемая траектория, которой постарается придерживаться преследователь (рис. 1).

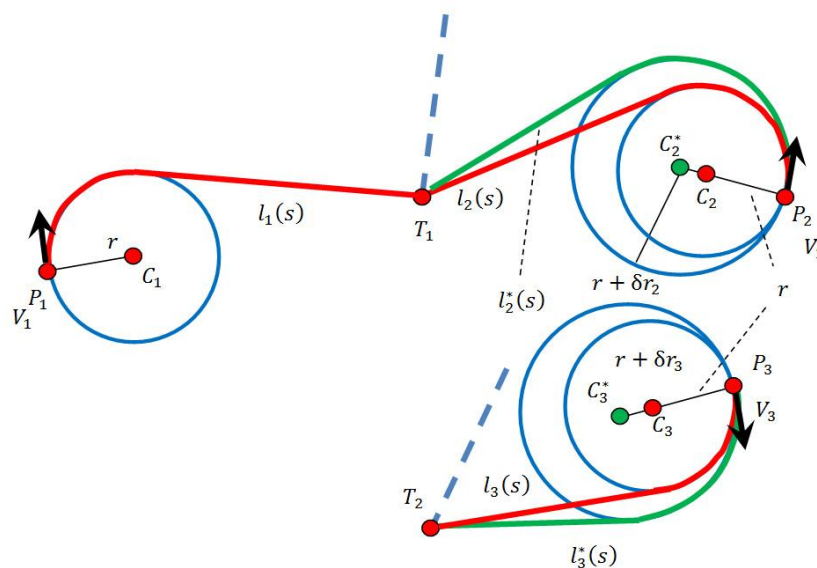


Рис. 1. Групповое преследование множества целей

Кривые $l_1(s)$, $l_2(s)$, $l_3(s)$ состоят из сегмента дуги окружности и прямолинейного отрезка. В нашей модели радиус окружностей и есть ограничение по кривизне прогнозируемых траекторий движения преследователей^{1, 2, 3}.

Задачу исследования в данной статье можно описать так: преследователи, двигаясь по однопараметрической сети прогнозируемых траекторий, должны достигать своих целей в назначенные моменты времени, в том числе и одновременно. Для решения выбраны методы многомерной начертательной геометрии с использованием эпюра Радищева. Однопараметрическая сеть (рис. 2) состоит из конгруэнтных линий параллельного переноса. Каждая линия — аналог линии визирования (это прямая, соединяющая преследователя и цель).

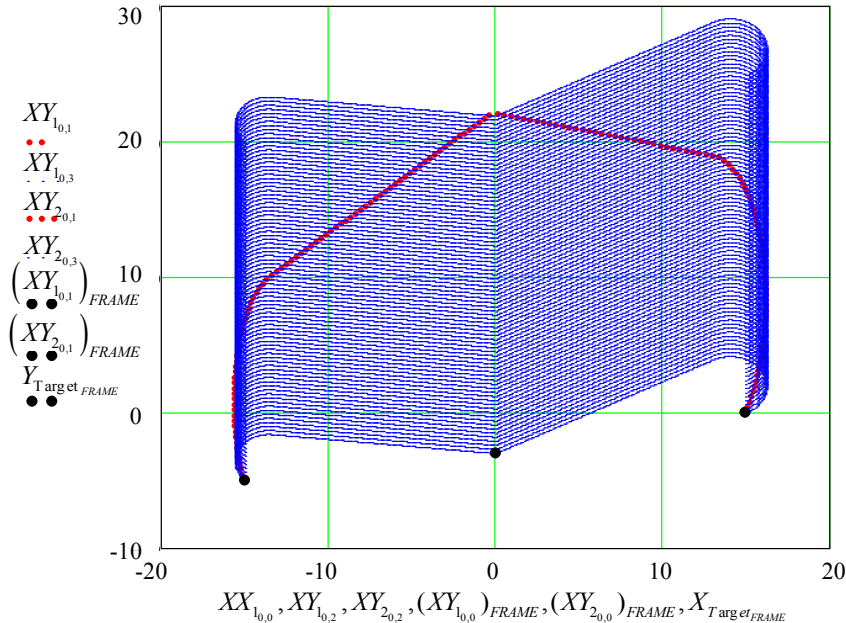


Рис. 2. Однопараметрические сети прогнозируемых траекторий движения преследователей

Для модели выбрана комбинация окружности и прямой. Есть множество вариантов обеспечения ограничений по кривизне (спираль Корню, кубическая парабола, сопрягающаяся с прямой, и т. д.). Для достижения целей преследователи используют метод, аналогичный методу параллельного сближения [1–4]. Однако в нашем случае скорость преследователей направлена произвольно, а в методе параллельного сближения линии скоростей преследователя и цели пересекаются в точке на окружности Аполлония.

В тестовой программе, написанной по материалам статьи, объекты передвигаются по квадрату $[-30:30] \times [-30:30]$. Расчет идет в метрах. Исследования проводились для скоростей 20 м/с. Начальный радиус окружностей при прогнозируемых траекториях равен 2 м.

Если в момент начала преследования преследователь находился в точке P_i с вектором скорости V_i , то центр окружности C_i радиуса r_i будет находиться в точке:

$$C_i = P_i \pm r_i \cdot \frac{\begin{bmatrix} -V_{iy} \\ V_{ix} \end{bmatrix}}{|V_i|}.$$

Затем из точки положения цели T_i строится касательная к окружности (C_i, r_i) . Совокупность касательной и окружности будет базовой линией прогнозируемой траектории движения преследователя $l_i(s)$. Отметим, что в уравнении базовой линии из однопараметрического множества прогнозируемых траекторий параметризация производится от длины дуги.

При новом положении цели T_i линия $l_i(s)$ смещается, оставаясь параллельной самой себе (рис. 3).

¹ Банников А. С. Нестационарная задача группового преследования // Лобачевские чтения : мат-лы 5-й молодеж. науч. школы-конф. // Тр. математического центра им. Н. И. Лобачевского. Казань : Изд-во Казанского математического общества, 2006. С. 26–28.

² Измestьев И. В. Задача преследования маломаневренных объектов с терминальным множеством в форме кольца // Геометрические методы в теории управления и математической физике: дифференциальные уравнения, интегрируемость : мат-лы междунар. конф. Рязань : Изд-во Рязанского гос. ун-та им. С. А. Есенина, 2016. С. 17–18.

³ Borie R., Tovey C., Koenig S. Algorithms and Complexity Results for Pursuit-Evasion Problems // International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI), 2009. P. 59–66.

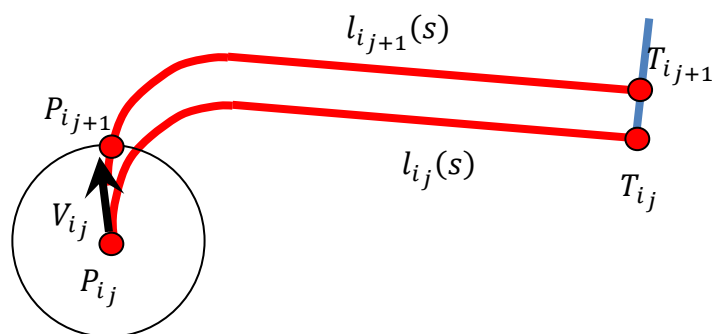


Рис. 3. Итерационный процесс расчета траектории преследователя

Допустим, i -й преследователь в момент t_j находится в точке P_{ij} , имея при этом прогнозируемую траекторию движения $l_{ij}(s)$, соединяющую с текущим положением цели T_{ij} . В этом случае следующей точкой траектории преследователя будет P_{ij+1} .

P_{ij+1} — это точка пересечения линии $l_{ij+1}(s)$, которая соответствует положению цели T_{ij+1} в следующий момент времени t_{j+1} и окружности с центром P_{ij} и радиусом $|V_{ij}| \cdot \Delta t$, $\Delta t = t_{j+1} - t_j$. Такова модель построения траекторий преследователя^{4, 5}.

Рассмотрим задачу группового преследования, когда группа преследователей догоняет группу целей. Будем считать, что каждый преследователь P_i стремится достичь своей цели T_i , хотя у некоторых преследователей цели могут совпадать (рис. 1, 2).

Причем преследователь P_i достигает цели T_i за определенное время t_i , двигаясь с определенной скоростью V_i . Для одновременного достижения целей необходимо равенство всех t_i определенному значению.

Из рис. 1 видно, что для изменения длины базовой линии можно менять радиус касательной окружности. Касательная вводится, чтобы преследователь мог плавно перейти на прямолинейную траекторию. Если бы это было так, то задача была бы сведена к преследованию методом параллельного сближения.

Начальная скорость преследователя направлена произвольно, что позволяет задействовать метод параллельного сближения с соблюдением ограничений по кривизне (рис. 2). Для этого используется составная базовая линия, которая при движении цели перемещается, оставаясь параллельной сама себе, происходит плавный переход к методу параллельного сближения с соблюдением ограничений по кривизне (рис. 3). Рис. 2 дополнен ссылкой на анимированное изображение, где можно посмотреть плавный переход к параллельному сближению⁶.

Цель данной статьи — описание метода, при котором преследователь достигает цели в назначенное время из допустимых значений. Можно рассматривать и одновременное достижение целей группой преследователей [5–9].

Материалы и методы. По результатам исследований разработана тестовая программа одновременного достижения целей преследователями, которую можно посмотреть на ресурсе автора. Предложенный алгоритм реализует итерационную схему расчета траектории преследователя (рис. 3).

В модели принята зависимость для преследователя P , который достигает цели T за время t :

$$t = F(P_s, T_s, n_p, n_T, V_p, V_T, R).$$

Здесь P_s, T_s — координаты точек положения преследователя и цели в момент начала преследования; n_p, n_T — единичные векторы направления движения преследователя и цели в момент начала преследования; V_p, V_T — модули скоростей преследователя и цели в процессе преследования; R — радиус окружности, смысл которой показан на рис. 1, 3.

Фактически в модели подсчитывается число шагов, за которые преследователь достигает цели. При известном дискретном промежутке времени число шагов можно сопоставить с реальным временем.

⁴ Дубанов А. А., Севээн А.-К. Э. Кинематическая модель метода параллельного сближения : св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ / Бурятский гос. ун-т им. Д. Банзарова. RU 2020665641. № 2020664886 ; заявл. 20.11.2020 ; опубл. 27.11.2020.

⁵ Дубанов А. А., Севээн А.-К. Э. Моделирование траектории преследователя на поверхности методом параллельного сближения : св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ / Бурятский гос. ун-т им. Д. Банзарова. RU 2020666553. № 2020664893 ; заявл. 20.11.2020 ; опубл. 11.12.2020.

⁶ Дубанов А. Догнать одновременно. Плоскость 1. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=7VNHwCbWrg> (дата обращения: 22.05.2021).

Если цель движется прямолинейно и равномерно, то зависимость времени достижения цели в уже начавшемся итерационном процессе можно считать функцией от двух переменных — модуля скорости преследователя и радиуса кривизны окружности:

$$t = F(V_P, R).$$

В модели считается, что преследователь движется с постоянной скоростью V_P , однако ничто не мешает нам менять значения модуля скорости, как и радиуса кривизны. Допустим, что модуль скорости принимает дискретные значения из ряда $V_{P_i}, i \in [1:N]$, а радиусы окружностей на рис. 1, 3 принимают значения $R_j, j \in [1:M]$.

Для дальнейших исследований применяется эпюр Радищева, где используются координатные плоскости (R, V) и (R, t) (рис. 4).

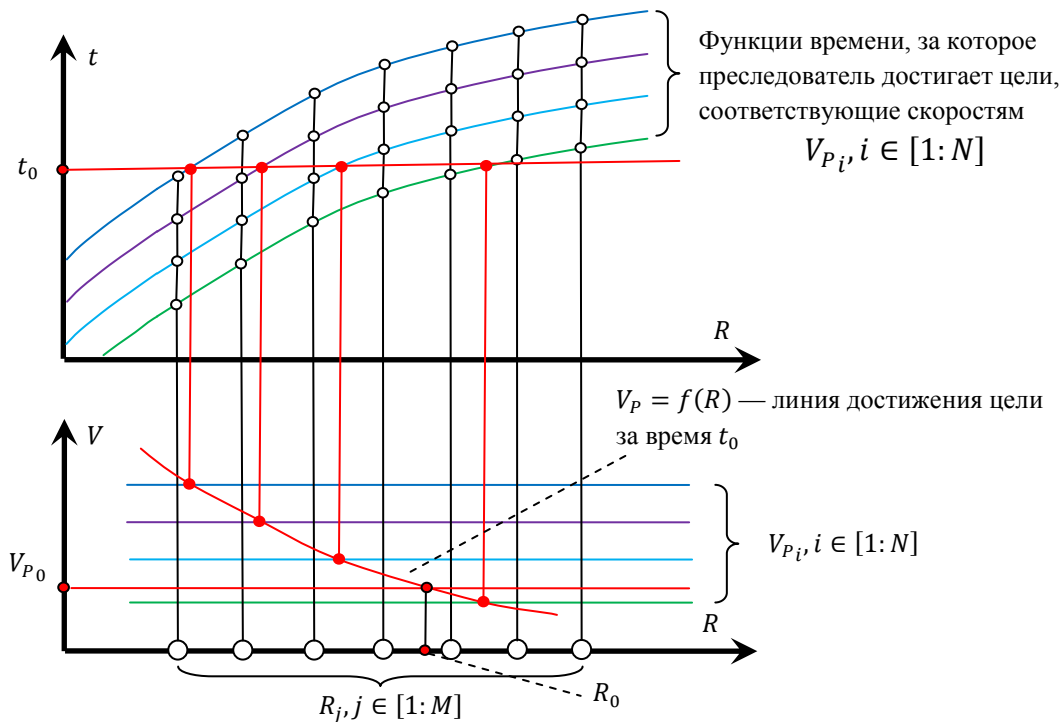


Рис. 4. Определение радиуса окружности на эпюре Радищева

На рис. 4 представлено экспериментальное построение временных зависимостей $t_{i,j} = F(V_{P_i}, R_j)$. Графики на плоскости (R, t) показывают, как время достижения цели зависит от радиуса окружности R при фиксированном значении скорости V_P .

В качестве одного из оптимизирующих факторов [10–11] на плоскости (R, t) выбирается равенство $t = t_0$, где t_0 — требуемое время достижения цели. Далее для решения нашей задачи на плоскости (R, V) в качестве второго оптимизирующего фактора выбирается равенство $V_P = V_{P_0}$, где V_{P_0} — постоянная скорость преследователя.

В постановке задачи говорится о том, что модуль скорости преследователя является неизменным. Тем не менее построенный ряд значений скоростей необходим для расчета радиуса окружности R_0 на плоскости проекций (R, V) .

По линиям связи на плоскости проекций (R, V) находятся соответствующие точки пересечения с линиями уровня скоростей V_{P_i} (рис. 4). По полученным точкам в тестовой программе выполняется полиномиальная регрессия и в итоге получаем функцию зависимости скорости преследователя от радиуса окружности, при которой происходит достижение цели за время t_0 .

Затем ищем точку пересечения функции $V_P = f(R)$ с линией уровня $V_P = V_{P_0}$. Абсцисса точки пересечения R_0 и есть искомый радиус окружности, при котором преследователь P за время t_0 со скоростью V_{P_0} достигает цели T .

Расчет ведется при условии, что цель движется равномерно и прямолинейно. Если цель изменяет направление или скорость, то рассчитывается новый радиус окружности составной базовой линии (аналог

линии визирования метода параллельного сближения), ставится новое время достижения при прежней скорости преследователя.

При равномерном и прямолинейном движении цели низший предел времени достижения фиксируется, когда скорость преследователя направлена в точку K на окружности Аполлония (рис. 5). Данное положение рассматривалось в работах Р. Айзекса [12], Л. С. Понтрягина [13], Л. А. Петросяна [14–16], Н. Н. Красовского и А. И. Субботина [17].

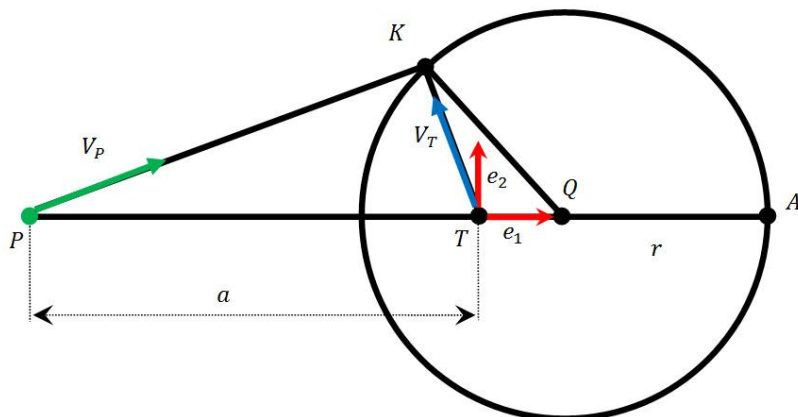


Рис. 5. Окружность Аполлония

Окружностью Аполлония называется геометрическое место точек, отношение расстояний от которых до двух заданных точек — величина постоянная, не равная единице: $|PK|/|TK| = |V_P|/|V_T|$ (рис. 5).

При рассмотрении множественного преследования группы целей в тестовой программе делают предварительный расчет траекторий движения преследователей при заданных начальных параметрах. Из времен достижения целей для расчета одновременного достижения выбирается наибольшее время, и оно будет критерием для расчета траекторий остальных преследователей^{7, 8}. Этот момент проиллюстрирован на анимированном изображении, где три преследователя достигают двух целей одновременно⁹.

На рис. 6 показано, как для одного из преследователей было установлено более короткое время достижения цели. Рис. 6 также дополнен ссылкой на анимированное изображение, где можно посмотреть достижение целей в различное назначенное время^{10, 11, 12}.

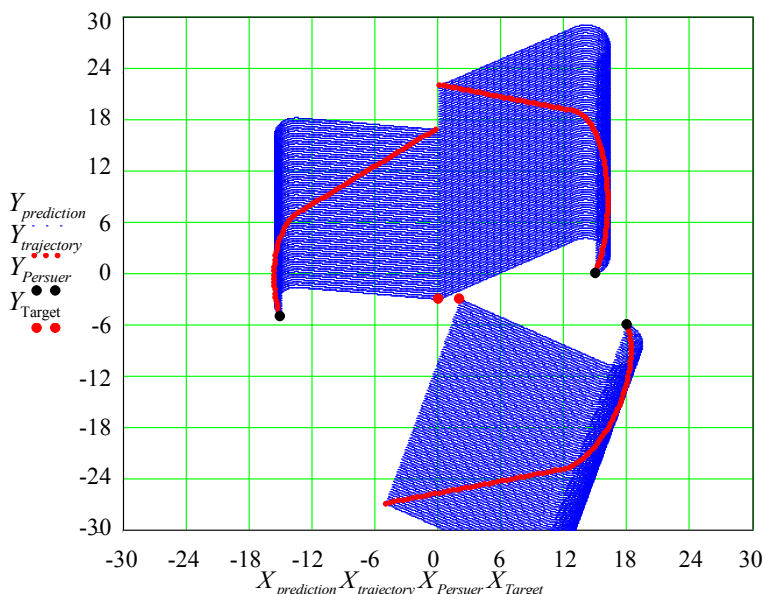


Рис. 6. Достижение целей в различное назначенное время

⁷ Дубанов, А. А., Севээн А.-К. Моделирование метода параллельного сближения на поверхности : св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ. RU 2021618896. № 2021617979 ; заявл. 24.05.2021 ; опубл. 01.06.2021.

⁸ Дубанов, А. А., Севээн А.-К. Модель параллельного сближения на плоскости группы преследователей с одновременным достижением цели : св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ. RU 2021618920. № 2021614416 ; заявл. 30.03.2021 ; опубл. 02.06.2021.

⁹ Дубанов А. NM 1. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=tdbgoNoby3A> (дата обращения: 22.05.2021).

¹⁰ Дубанов А. NM 3. URL: <https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=F6MTsWZL2BY&feature=youtu.be> (дата обращения: 22.05.2021).

¹¹ Дубанов А. NM 2. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=NNJDJOJT34I> (дата обращения: 17.08.2021).

¹² Дубанов А. NM 1. (дата обращения: 17.08.2021).

Результаты исследования. На рис. 7 приведены некоторые результаты многофакторного анализа в задаче одновременного достижения цели двумя преследователями.

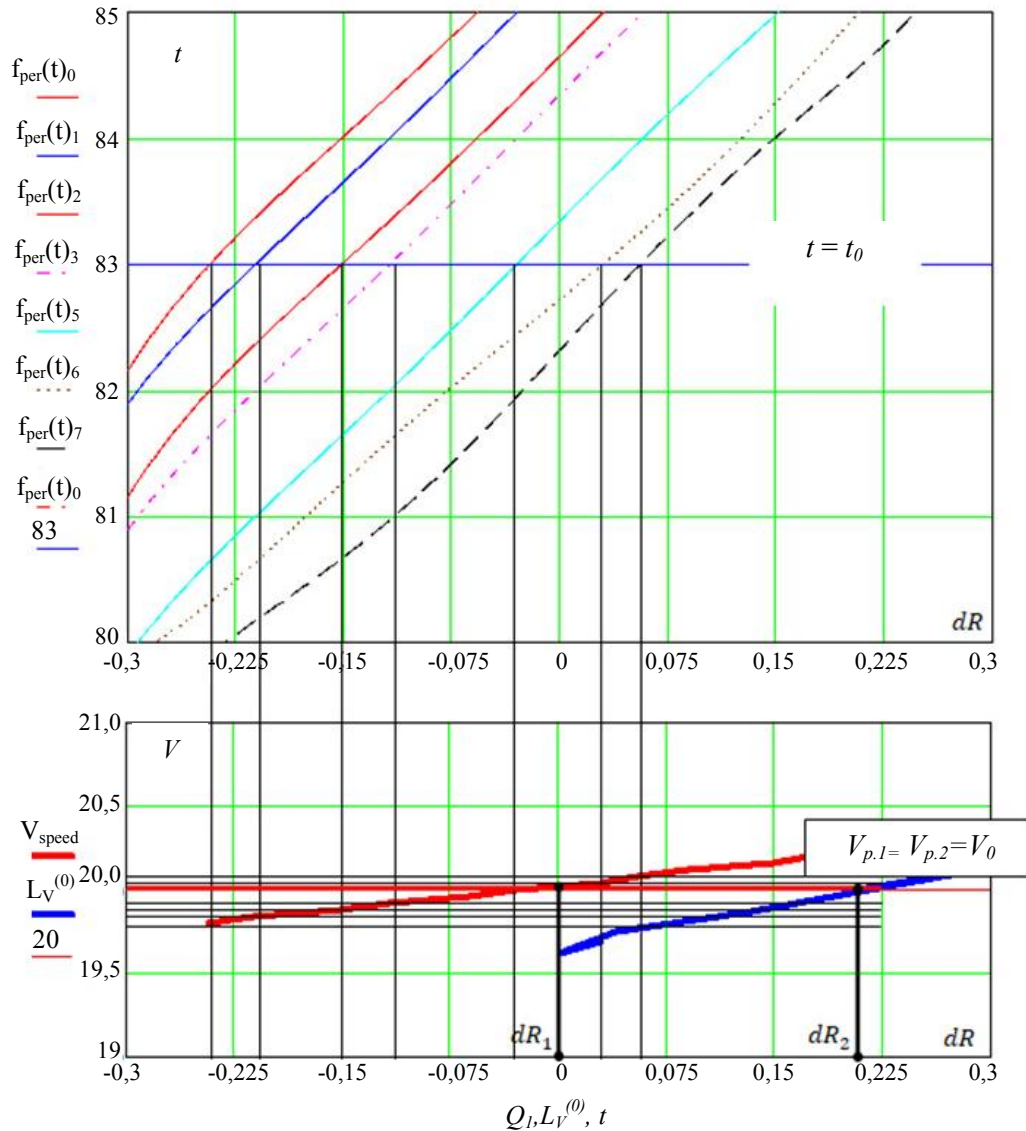


Рис. 7. Результаты многофакторного анализа в задаче одновременного достижения цели двумя преследователями

Цель движется прямолинейно и равномерно. Для каждого преследователя построили ряд допустимых скоростей. Допустимые значения радиуса окружности варьируются при помощи дискретной переменной dR (шкала dR на рис. 7).

На плоскости проекций (dR, t) строим однопараметрическую сеть линий. Каждая линия соответствует определенному значению скорости и выражает зависимость времени достижения цели от приращения радиуса окружности. На рис. 7 показана однопараметрическая сеть линий скоростей одного из преследователей. Для второго в тестовой программе многофакторного анализа построена аналогичная сеть.

Для каждого преследователя выбирается первый оптимизирующий фактор [10–11], отвечающий за одновременное достижение:

$$t = t_0.$$

Здесь t_0 — наибольшее из времен достижения цели, если бы преследователи независимо догоняли цель при таких же начальных условиях.

На плоскости (dR, t) ищем точки пересечения линий уровня $t = t_0$ с линиями скоростей однопараметрической сети. Точки пересечения находятся при помощи встроенных процедур решения уравнений. В системе компьютерной математики MathCAD это может быть процедура *root*. Найденным точкам пересечения отвечают значения dR и V на плоскости проекций (dR, V) .

К полученным точкам на плоскости проекций применяется встроенная процедура полиномиальной регрессии и находится характеристическая кривая зависимости скорости от радиуса окружности составной базовой линии (рис. 1).

На плоскости проекций (dR, V) рис. 7 изображена такая же характеристическая линия зависимости скорости и для другого преследователя. Далее применяется второй оптимизирующий фактор $V_1 = V_2 = V_0$. В тестовой программе объекты движутся с одинаковыми скоростями. Встроенными средствами компьютерной математики находятся точки пересечения с линией уровня $V = V_0$. Этим точкам соответствуют значения dR_1 и dR_2 .

При запуске итерационного процесса зафиксировано одновременное достижение цели двумя преследователями (аннотация к рис. 2). При этом были найдены значения приращений dR_1 и dR_2 к начальному радиусу окружности и заданы:

- значение времени достижения цели t_0 ,
- модули скоростей движения V_0 , с.

В статье описан метод достижения группой преследователей множества целей с возможностью назначать время достижения. Одновременное достижение целей — это частный результат данного подхода, который развивает метод параллельного сближения. При реализации метода в пространстве следует добиться, чтобы векторы преследователя и цели находились в одной плоскости¹³.

Рассмотрим случай преследования в трехмерном пространстве при следующих условиях: мы хотим свести задачу к методу параллельного сближения, но скорость преследователя направлена произвольно. В этом случае базовую линию прогнозируемых траекторий движения преследователя следует строить в плоскости, образованной линией визирования и скоростью преследователя.

Следующий шаг преследователя — точка пересечения сферы с радиусом, равным шагу преследователя, и базовой линии, параллельно перенесенной так, чтобы один ее конец совмещался с точкой положения цели.

Перейдем к вопросу нахождения окружности Аполлония и точки K в трехмерном пространстве. Сама окружность будет находиться в плоскости, образованной линией визирования и скоростью цели. Определим такие параметры окружности Аполлония, как центр окружности (точка Q), радиус окружности r , точка Аполлония (A) и точка K . Для этого учитывают вектор скорости цели, модуль скорости преследователя, положения преследователя и цели. Есть аналитическое решение этой задачи в плоской системе координат (рис. 5). Центр координат находится в точке положения цели. Вектор абсцисс будет единичным вектором вдоль линии визирования, соединяющей положения преследователя и цели. Вектор ординат будет перпендикулярным вектору абсцисс, но в плоскости, образованной линией визирования и вектором скорости цели.

Обсуждение и заключение. Использованные в данной работе методы многомерной начертательной геометрии основаны на вариации модулей скоростей и радиусов кривизны окружностей. При этом по условиям задачи модули скоростей преследователей являются неизменными.

В статье приняты во внимание результаты, достигнутые в работах [18, 19, 20].

Предложенный подход позволяет анализировать модули скоростей и направлений начального движения.

Модель четырехмерного пространства, представленную в работах В. П. Болотова (гиперэпюр Болотова)¹⁴, следует задействовать для анализа:

- модулей скоростей,
- радиусов окружностей, прилегающих к преследователям,
- начальных направлений движения преследователей.

Приведенные в статье результаты исследований могут быть востребованы разработчиками беспилотных летательных аппаратов, которые выполняют групповые согласованные задачи. Роль оператора наведения может быть сведена к указанию целей и контролю выполнения задач.

Библиографический список

1. Банников, А. С. Некоторые нестационарные задачи группового преследования / А. С. Банников // Известия Института математики и информатики Удмуртского государственного университета. — 2013. — № 1 (41). — С. 3–46.
2. Петров, Н. Н. Групповое преследование в рекуррентных дифференциальных играх / Н. Н. Петров, Н. А. Соловьева // Известия Института математики и информатики Удмуртского государственного университета. — 2012. — № 1 (39). — С. 99–100.
3. Благодатских, А. И. Конфликтное взаимодействие групп управляемых объектов / А. И. Благодатских // Ижевск : Изд-во Удмуртского ун-та, 2009. — 263 с.

¹³ Dubanov A. Одновременное достижение цели на плоскости // Geometrical modeling in MathCAD. URL: <http://dubanov.exponenta.ru> (дата обращения: 22.05.2021).

¹⁴ Болотов, В. П. Начертательная геометрия многомерного пространства // Валерий Болотов : [сайт]. URL: http://vm.msun.ru/Autor/Dis_dokt/Ngeo_mng.htm (дата обращения 22.05.2021).

4. Благодатских, А. И. Почти периодические конфликтно управляемые процессы со многими участниками / А. И. Благодатских // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. — 2007. — № 2. — С. 83–86.
5. Ибрагимов, Г. И. О некоторых достаточных условиях оптимальности времени преследования в дифференциальной игре со многими преследующими / Г. И. Ибрагимов, Б. Б. Рихсиев // Автоматика и телемеханика. — 2006. — № 4. — С. 16–24.
6. Пашко, С. В. Гарантированное время преследования для стратегии параллельного сближения в случае равенства скоростей игроков / С. В. Пашко // Компьютерная математика. — 2014. — № 1. — С. 140–149.
7. Пашко, С. В. Гарантированное время преследования для стратегии параллельного сближения / С. В. Пашко // Доповіді Національної академії наук України. — 2014. — № 4. — С. 43–48.
8. Пашко, С. В. Максимальное время преследования для стратегии параллельного сближения // С. В. Пашко, А. Л. Яловец // Проблеми програмування. — 2014. — № 4. — С. 78–93.
9. Волков, В. Я. Графические оптимизационные модели многофакторных процессов / В. Я. Волков, М. А. Чижик. — Омск : ОГИС, 2009. — 101 с.
10. Пашко, С. В. Сложность задач оптимизации преследования на плоскости / С. В. Пашко // Проблеми управління и інформатики. — 2013. — № 3. — С. 27–39.
11. Пашко, С. В. Численные методы решения задач оптимизации преследования / С. В. Пашко, А. Л. Яловец // Проблеми програмування. — 2013. — № 4. — С. 74–85.
12. Айзекс, Р. Дифференциальные игры / Р. Айзекс. М. : Мир, 1967. — 480 с.
13. Понтрягин, Л. С. Линейная дифференциальная игра убегания / Л. С. Понтрягин // Труды МИАН СССР. — 1971. — Т. 112. — С. 30–63.
14. Петросян, Л. А. Дифференциальные игры преследования / Л. А. Петросян. — Ленинград : Изд-во ЛГУ, 1977. — 222 с.
15. Петросян, Л. А. Преследование на плоскости / Л. А. Петросян, Б. Б. Рихсиев. — Москва : Наука, 1991. — 94 с.
16. Петросян, Л. А. Теория игр / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. В. Шевкопляс. — Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2012. — 424 с.
17. Красовский, Н. Н. Позиционные дифференциальные игры / Н. Н. Красовский, А. И. Субботин. — Москва : Физматлит, 1974. — 456 с.
18. Samatov, B. T. The pursuit-evasion problem under integral-geometric constraints on pursuer controls / B. T. Samatov // Automation and Remote Control. — 2013. — Vol. 74 (7). — P. 1072–1081.
19. Multi pursuer differential game of optimal approach with integral constraints on controls of players / Gafurjan Ibragimov, Atamurat Sh. Kuchkarov, Fudziah Ismail, Norshakila Abd Rasid // Taiwanese Journal of Mathematics. — 2015. — Vol. 19 (3). — P. 963–976. [10.11650/tjm.19.2015.2288](https://doi.org/10.11650/tjm.19.2015.2288)
20. Petrov, N. N. Group pursuit with phase constraints in recurrent Pontryagin's example / N. N. Petrov, N. A. Solov'eva // International Journal of Pure and Applied Mathematics. — 2015. — Vol. 100 (2). — P. 263–278. [10.12732/ijpam.v100i2.8](https://doi.org/10.12732/ijpam.v100i2.8)

Поступила в редакцию 05.07.2021

Поступила после рецензирования 26.07.2021

Принята к публикации 02.08.2021

Об авторе:

Дубанов Александр Анатольевич, доцент кафедры геометрии и методики преподавания математики, ФГБОУ ВО «Бурятский государственный университет» (670000, РФ, г. Улан-Удэ, ул. Смолина, 24а), кандидат технических наук, ResearcherID: [AAG-6697-2021](https://orcid.org/0000-0002-1855-2562), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1855-2562>, alandubanov@mail.ru.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT







УДК 004.722:519.172

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-284-289>

Метод формирования графа локальной сети на основе анализа множеств адресов



В. В. Галушка  ¹, Д. В. Фатхи ¹, Е. Р. Газизов ²

¹ ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация)

² ФГБОУ ВО «Казанский государственный аграрный университет» (г. Казань, Российская Федерация)

 galushkavv@yandex.ru

Введение. Статья посвящена вопросам автоматизированного построения схемы локальной вычислительной сети с использованием средств и методов анализа трафика на канальном уровне модели OSI. Проблема обусловлена двумя факторами. Это сложности ручного определения связей между оборудованием и отсутствие физического доступа к линиям связи уже функционирующей сети. Цель работы — сокращение времени, затрачиваемого на построение схемы локальной сети, за счет автоматизации процесса определения связей между оборудованием.

Материалы и методы. Для решения поставленных задач предложен метод определения взаимного расположения устройств. Задействованы направленные в противоположные стороны сетевые адаптеры специализированного программно-аппаратного комплекса, подключаемого в разрыв линии связи в разных точках сети. Используемый метод базируется на вычислениях пересечений множеств адресов, полученных с этих адаптеров. Приведены структурные схемы построения такого программно-аппаратного комплекса и требования к нему. Описаны способы получения MAC-адресов из транзитных пакетов. Приводятся примеры библиотек программных компонентов для выполнения этой операции. Для хранения полученных данных предложена структура реляционной базы данных. Описаны формат и содержание полей ее таблицы.

Результаты исследования. С использованием разработанных методов на типовом примере сети стандарта Ethernet показан способ определения взаимного расположения конечных устройств, заданных своими MAC-адресами, а также как минимум двух коммутаторов, находящихся между ними. Определены признаки, по которым можно судить о наличии коммутационного оборудования в том или ином сегменте. Предложен метод, позволяющий с использованием набора реляционных операций последовательно уточнять топологию сети до достижения требуемой точности.

Обсуждение и заключения. Полученные результаты могут быть использованы при администрировании крупных локальных сетей с разветвленной структурой. Предложенный подход позволяет сократить время на построение схемы. Это возможно благодаря автоматизации процесса получения информации о работающих в сети устройствах и их взаимном расположении.

Ключевые слова: топология сети, граф, дерево, локальная сеть, анализ трафика, множества, реляционные операции.

Для цитирования: Галушка, В. В. Метод формирования графа локальной сети на основе анализа множеств адресов / В. В. Галушка, Д. В. Фатхи, Е. Р. Газизов // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 3. — С. 284–289. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-284-289>

© Галушка В. В., Фатхи Д. В., Газизов Е. Р., 2021



A method for generating a local network graph based on the analysis of address sets

V. V. Galushka ¹, D. V. Fatkhi ¹, E. R. Gazizov ²

¹ Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russian Federation)

² Kazan Agricultural State University (Kazan, Russian Federation)

✉ galushkavv@yandex.ru

Introduction. The paper deals with the problem of automated construction of a local area network using tools and methods for traffic analysis at the link layer of OSI model. The problem is caused by two factors. These are difficulties of the manual determination of the communication between equipment and the lack of physical access to communication lines of an already functioning network. The purpose of the work is to reduce the time spent on building a local network diagram through automating the process of determining the communication between the equipment.

Materials and Methods. To solve the set tasks, a method for determining the relative location of devices is proposed. The network adapters of a specialized software and hardware complex, which are connected to a communication line break at different points of the network, are used in opposite directions. The method used is based on calculations of intersections of address sets received from these adapters. The structural schemes of the construction of such a software and hardware complex and the requirements for it are given. The methods of obtaining MAC addresses from transit packets are described. Examples of libraries of software components for performing this operation are given. The structure of a relational database is proposed for storing the received data. The format and content of the fields of its table are described.

Results. Using the developed methods, a typical example of an Ethernet network shows a way to determine the relative location of end devices specified by their MAC addresses, as well as at least two switches located between them. The signs by which it is possible to judge the presence of switching equipment in a particular segment are determined. A method is proposed that enables through using a set of relational operations, to sequentially refine the network topology until the required accuracy is achieved.

Discussion and Conclusions. The results obtained can be used under the administration of large local networks with an extensive structure. The proposed approach allows you to reduce the time required for building a scheme. This is possible due to the automation of the process of obtaining information about devices operating on the network and their mutual location.

Keywords: network topology, graph, tree, local network, traffic analysis, sets, relational operations.

For citation: V. V. Galushka, D. V. Fatkhi, E. R. Gazizov. A method for generating a local network graph based on the analysis of address sets. *Advanced Engineering Research*, 2021, vol. 21, no. 3, pp. 284–289. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-284-289>

Введение. Для крупных локальных вычислительных сетей характерна сложная конфигурация физических связей, которая во многом определяет эффективность их работы [1, 2]. На практике в организации далеко не всегда есть подробная схема или иная документация, описывающая сетевое оборудование и связи между ним. Это значительно усложняет процедуры администрирования и обуславливает актуальность проблемы определения структуры связей в эксплуатируемой сети для дальнейшего построения схемы расположения и соединения узлов.

Линии связи чаще всего скрыты за элементами конструкции или отделки здания, доступно только коммутационное оборудование. В таком случае невозможно понять, к какому из узлов сети ведет каждый подключенный кабель. Поэтому возникает задача построения схемы сети на основе анализа данных, полученных из трафика, захваченного в определенных точках. Речь идет о местах, которые потенциально доступны для подключения дополнительных программно-аппаратных средств, анализирующих трафик. Цель — сокращение времени, затрачиваемого на построение схемы локальной сети.

Описанная задача усложняется тем, что вся информация, касающаяся функционирования локальной сети, относится ко второму (канальному) уровню модели OSI, а значительная часть важных данных в пакете относится к более высокому уровню — сетевому [3, 4]. Большинство способов анализа трафика рассчитаны на обработку информации сетевого уровня [5]. В связи с этим возникает необходимость разработки методов, позволяющих получить все нужные данные для построения схемы сети из заголовков пакетов канального уровня модели OSI. С другой стороны, топологии сетей на канальном уровне проще, чем на сетевом, и всегда строго регламентируются соответствующими стандартами¹.

¹ IEEE 802.3-2018 — IEEE Standard for Ethernet / IEEE Standard Association // standards.ieee.org/ : [сайт]. — URL: https://standards.ieee.org/standard/802_3-2018.html (дата обращения: 11.04.2021).

Материалы и методы. Стандарт Ethernet, повсеместно используемый для построения локальных компьютерных сетей, предусматривает использование топологии «дерево» для организации связей между узлами [5]. В теории графов «дерево» определяется как связный граф без циклов [6]. Важное следствие из этого определения: между любыми парами вершин в дереве имеется один и только один путь [7]. Это позволяет отказаться от поиска маршрутов в пределах такой сети и значительно упростить работу оборудования.

При построении графа определяется множество его вершин и связей между ними [8]. Применительно к графу сети вершины — это сетевое оборудование. Для его адресации в пределах локальной сети используются присвоенные производителем MAC-адреса. Они уникальны для каждого устройства и имеют размер 6 байтов [9]. В заголовке каждого сетевого пакета — два MAC-адреса: отправителя и получателя. Они не меняются во время передачи пакета в пределах локальной сети и поэтому в рассматриваемой задаче могут быть использованы для идентификации узлов сети.

При построении графа сети основная сложность — определение связей. Каждая связь соединяет две вершины, взаимное расположение которых, как отмечалось выше, неизвестно из-за их большой удаленности или скрытой прокладки телекоммуникаций. Связи могут соединять устройства разных типов: коммутатор — компьютер или коммутатор — коммутатор. Последние составляют инфраструктуру передачи данных и представляют наибольший интерес с точки зрения анализа топологии сети. В отличие от них соединения коммутационного оборудования с компьютерами описывают конечные вершины графа. При этом компьютеры, подключенные к одному коммутатору, можно условно объединить в группу, так как для них взаимное расположение относительно других компьютеров будет одинаковым. В качестве группы можно рассматривать и более крупные множества узлов, в том числе компьютеры, подключенные к двум или нескольким ближайшим коммутаторам (например, отвечающим за связь в пределах одного этажа здания или нескольких кабинетов одного отдела). В целом узлы, входящие в множество, должны располагаться друг к другу ближе, чем к узлам, не входящим в множество или входящим в другое множество [10]. В первом приближении всю локальную сеть можно рассматривать как такое множество, потому что ее узлы тесно связаны между собой и отделены от других сетей [11].

Идея исследования состоит в последовательном уточнении топологии сети. Для этого разделим множество MAC-адресов входящих в нее устройств на более мелкие подмножества вплоть до определения групп компьютеров, подключенных к отдельным коммутаторам.

Разделение на подмножества выполняется относительно точек, в которых к сети подключается аппаратное устройство, способное анализировать сетевые пакеты и извлекать из них адресную и другую информацию. Таким устройством может быть ноутбук или одноплатный компьютер, поддерживающие работу одновременно с двумя сетевыми адаптерами. Это позволит подключать их в разрыв соединения. В результате к каждому из двух сетевых адаптеров будет подключена часть сети.

Важно отметить разницу между терминами «вершина» и «точка». Вершина — это часть графа сети, обозначающая какое-либо оборудование: коммутатор или конечное устройство. Точка — место подключения указанного аппаратного комплекса, которое всегда находится между двумя вершинами.

Учитывая подключение анализирующего устройства в разрыв соединения, необходимо обеспечить работоспособность той линии связи, в которой этот разрыв создан. Для этого сетевые адаптеры должны быть связаны средствами операционной системы. Используется соединение типа «мост», при котором пакеты, пришедшие на один из интерфейсов, передаются на другой при помощи механизмов канального уровня модели OSI, то есть без учета IP-адресов, маршрутизации, NAT и т. д. Такой способ организации соединения полностью прозрачен для других устройств в сети, он не изменяет пакеты и не проявляет себя каким-либо другим образом.

Основная задача рассматриваемого устройства — извлечение MAC-адресов из транзитных пакетов. На этом (первом) этапе построения графа локальной сети используются утилиты захвата трафика (его записывают в файл и анализируют) или специализированные библиотеки программных компонентов (анализируют трафик в реальном времени) [12, 13]. В зависимости от операционной системы библиотеки могут отличаться, однако, как правило, все они основаны на Pcap (Packet Capture).

Независимо от способа получения MAC-адресов, информация о них должна сохраняться в базе данных. Учитывая описанные ранее особенности процесса построения схемы сети, отметим следующие требования. Для каждого MAC-адреса записывается дополнительная информация:

- о точке, в которую подключено устройство, получившее MAC-адрес;
- о сетевом интерфейсе, с которого MAC-адрес получен как адрес отправителя [14].

В итоге таблица базы данных будет описываться отношением A со следующей схемой:

A (*id*, *address*, *point*, *side*).

Здесь *id* — первичный ключ, используемый только для идентификации записей в таблице; *address* — MAC-адрес устройства в сети, извлеченный из проходящего пакета; *point* — точка подключения в сети (физическое место); *side* — условное обозначение сетевого интерфейса, передавшего пакет, из которого извлекли MAC-адрес.

После формирования базы данных MAC-адресов для некоторого количества точек захвата трафика начинается следующий этап — построение схемы сети. Оно базируется на информации о распределении MAC-адресов, полученной для разных точек подключения. Обозначим произвольные две из них как p_1 и p_2 . Для каждой точки должны быть получены два множества адресов, каждое — от отдельного сетевого адаптера. Обозначим X и Y — множества адресов для точки p_1 , Z и V — множества адресов для точки p_2 (рис. 1).

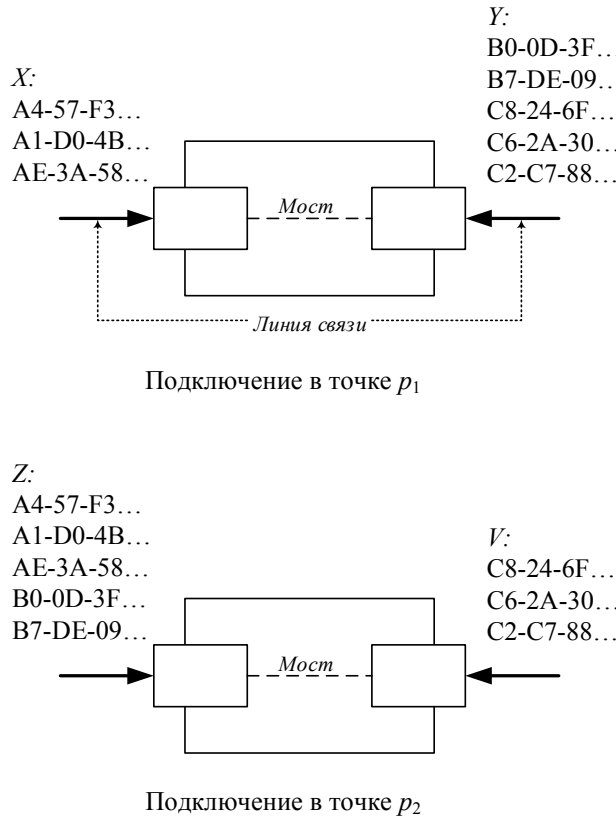


Рис. 1. Распределение адресов по множествам при подключении в разные точки сети

Здесь и далее у MAC-адресов для сокращения записи указана только первая часть. В рамках рассматриваемого примера она уникальна, и этого достаточно для отражения работы метода.

На основе полученного распределения адресов по множествам, соответствующим разным сетевым интерфейсам, можно сделать первоначальные выводы о взаимном расположении устройств. Для этого необходимо вычислить все возможные пересечения для двух точек, то есть $X \cap Z$, $X \cap V$, $Y \cap Z$, $Y \cap V$.

Пересечения целесообразно вычислять средствами системы управления базами данных. Это обусловлено тем, что:

- информация о принадлежности адреса ко множеству хранится в базе данных,
- в реляционной алгебре поддерживаются операции над множествами [15].

Необходимо выполнить запросы, эквивалентные следующему набору выражений:

$$\begin{aligned} X \cap Z &= \Pi_{\text{address}} (\sigma_{\text{point}=1 \wedge \text{side}=1} (A)) \cap (\sigma_{\text{point}=2 \wedge \text{side}=1} (A)), \\ X \cap V &= \Pi_{\text{address}} (\sigma_{\text{point}=1 \wedge \text{side}=1} (A)) \cap (\sigma_{\text{point}=2 \wedge \text{side}=2} (A)), \\ Y \cap Z &= \Pi_{\text{address}} (\sigma_{\text{point}=2 \wedge \text{side}=1} (A)) \cap (\sigma_{\text{point}=1 \wedge \text{side}=1} (A)), \\ Y \cap V &= \Pi_{\text{address}} (\sigma_{\text{point}=2 \wedge \text{side}=2} (A)) \cap (\sigma_{\text{point}=1 \wedge \text{side}=2} (A)). \end{aligned}$$

Результаты исследования. Рассмотрим пример применения предлагаемой методики для построения топологии сети, исходя из распределения множеств MAC-адресов, приведенного на рис. 1. Определим необходимые пересечения множеств:

$$\begin{aligned} X \cap Z &= \{A4-57-F3, A1-D0-4B, AE-3A-58\}, \\ X \cap V &= \emptyset, \\ Y \cap Z &= \{B0-0D-3F, B7-DE-09\}, \\ Y \cap V &= \{C8-24-6F, C6-2A-30, C2-C7-88\}. \end{aligned}$$

Можно заметить, что одно из пересечений (X и V) — пустое множество. Такой результат получается для противоположно направленных сторон. Соответственно, другие множества (Y и Z), наоборот, представляют направленные друг на друга стороны, а результат их пересечения — это адреса, находящиеся между точками измерения, то есть между p_2 и p_1 .

Остальные пересечения представляют адреса, находящиеся по разные стороны за точками измерений. X и V представляют противоположно направленные стороны. Поэтому оставшееся пересечение, в котором участвует X (то есть $X \cap Z$), включает в себя адреса, находящиеся со стороны точки p_1 , $Y \cap V$ — со стороны точки p_1 . Таким образом, можно сделать первоначальный вывод о взаимном расположении всех полученных в ходе анализа адресов, а также об их расположении относительно точек измерения (рис. 2).



Рис. 2. Взаимное расположение устройств и точек

Следует помнить, что точки на данной схеме не являются узлами сети (в частности, коммутаторами). Однако полученные результаты позволяют сделать предположение: если в множество входят несколько адресов, значит, внутри него есть как минимум один коммутатор. Данное утверждение обоснуем так: несколько компьютеров не могут быть соединены напрямую, для этого требуется соответствующее сетевое оборудование (рис. 3).

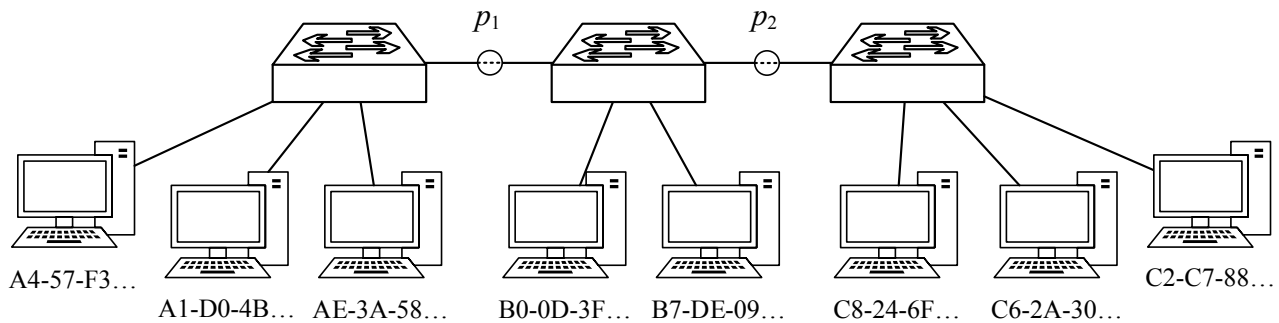


Рис. 3. Схема сети

Схема, представленная на рис. 3, не окончательная, так как внутри каждого из множеств может быть не один, а несколько коммутаторов. На следующих этапах работы метода для каждого из полученных множеств следует выполнить аналогичные операции, получив MAC-адреса в других точках сети. Каждое новое измерение позволит уточнить схему и дополнить ее новыми коммутационными узлами.

Обсуждение и заключения. Предложен способ эффективного построения схемы сети. Подход базируется на автоматизированном анализе открытой информации, извлеченной из передаваемых по сети пакетов. Данная методика — альтернатива физическому поиску линий связи и определению соединенных ими устройств. Применение предложенных решений позволит значительно сократить время, затрачиваемое системными администраторами на определение местоположения всех устройств и нанесение их на схему сети. Преимущество методики — возможность последовательного уточнения топологии сетевых связей до получения требуемой точности.

Библиографический список

1. Кузьменко, Н. Г. Компьютерные сети и сетевые технологии / Н. Г. Кузьменко. — СПб. : Наука и техника, 2013. — 368 с.
2. Галушка, В. В. Сети и системы передачи информации / В. В. Галушка. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2016. — 105 с.
3. Orzen, S.-N. Interaction understanding in the OSI model functionality of networks with case studies / Stefano-Niko Orzen // IEEE 9th Int. SACI. — 2014. — P. 327–330. — URL: www.researchgate.net/publication/269301474_Interaction_understanding_in_the_OSI_model_functionality_of_networks_with_case_studies (accessed: 18.08.2021). 10.1109/SACI.2014.6840086
4. Saxena, P. OSI Reference Model — A Seven Layered Architecture of OSI Model / Piyush Saxena // International Journal of Research. — 2014. — Vol. 1 (10). — P. 1145–1156.

5. Лагутин, И. А. Определение топологии с помощью протокола LLDP в сетях Juniper / И. А. Лагутин // Перспективы развития информационных технологий : [сайт]. — 2013. — № 16. — С. 66–70. — URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/opredelenie-topologii-s-pomoschyu-protokola-lddp-v-setyah-juniper/viewer> (дата обращения: 10.04.2021).
6. Алексеев, В. Е. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений / В. Е. Алексеев, В. А. Таланов. — Москва : Бином. Лаборатория знаний, 2012. — 320 с.
7. Ifenthaler, D. Informing learning design through analytics: Applying network graph analysis / D. Ifenthaler, D. Gibson, E. Dobozy // Australasian Journal of Educational Technology. — 2018. — Vol. 34 (2). — P. 117–132. <https://doi.org/10.14742/ajet.3767>
8. Асельдеров, З. М. Представление и восстановление графов / З. М. Асельдеров, Г. А. Донец. — Киев : Наукова думка, 2001. — 96 с.
9. Hypergraph-based data link layer scheduling for reliable packet delivery in wireless sensing and control networks with end-to-end delay constraints / Mao Yan, Kam-Yiu Lam, Song Han, Edward Chan // Information Sciences. — 2014. — Vol. 278. — P. 34–55. [10.1016/j.ins.2014.02.006](https://doi.org/10.1016/j.ins.2014.02.006)
10. Grigor'yan, A. Introduction to Analysis on Graphs / Alexander Grigor'yan // Providence, Rhode Island : American Mathematical Society, 2018. — 150 p.
11. Anduo Wang. Ravel: A Database-Defined Network / Anduo Wang, Xueyuan Mei, Jason Croft [et al.] // In: Proc. Symposium on SDN Research. — 2016. — Art. 5. — P. 1–7. — URL: www.researchgate.net/publication/304918854_Ravel_A_Database-Defined_Network (accessed: 21.08.2021). <https://doi.org/10.1145/2890955.2890970>
12. The Comparison and Verification of Some Efficient Packet Capture and Processing Technologies / Jia-qian Li, Chengrong Wu, Jiawei Ye [et al.] // 2019 IEEE Intl. Conf. — 2019. — P. 967–973. — URL: www.ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8890423 (accessed: 18.08.2021). [10.1109/DASC/PiCom/CBDCCom/CyberSciTech.2019.00177](https://doi.org/10.1109/DASC/PiCom/CBDCCom/CyberSciTech.2019.00177)
13. Saavedra, M. Towards Large Scale Packet Capture and Network Flow Analysis on Hadoop / M. Z. N. L. Saavedra, W. Yu // In: Proc. 6th Int. Workshop on Computer Systems and Architectures. — 2018. — P. 186–189. — URL: www.researchgate.net/publication/329905189_Towards_Large_Scale_Packet_Capture_and_Network_Flow_Analysis_on_Hadoop (accessed: 18.08.2021). [10.1109/CANDARW.2018.00043](https://doi.org/10.1109/CANDARW.2018.00043)
14. Marton, J. Formalising openCypher Graph Queries in Relational Algebra / József Marton, Gábor Szárnyas, Dániel Varró // In: Proc. 21st European Conf. on Advances in Databases and Information Systems. — 2015. — Vol. 10509. — P. 53–68. [10.1007/978-3-319-66917-5_13](https://doi.org/10.1007/978-3-319-66917-5_13)
15. Graph Analytics using Vertica Relational Database / Alekh Jindal, Samuel Madden, Malu Castellanos, Meichun Hsu // IEEE Xplore. — 2015. — P. 1191–1200. — URL: <https://arxiv.org/abs/1412.5263> (accessed: 18.08.2021).

Об авторах:

Галушка Василий Викторович, доцент кафедры «Вычислительные системы и информационная безопасность» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (РФ, 344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2369-065X>, galushkavv@yandex.ru.

Фатхи Денис Владимирович, доцент кафедры «Информационные технологии» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (РФ, 344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1538-1363>, Zmey2257@mail.ru.

Газизов Евгений Равильевич, доцент кафедры «Физика и математика» ФГБОУ ВО «Казанский государственный аграрный университет» (РФ, 420015, г. Казань, ул. К. Маркса, 65), кандидат физико-математических наук, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1538-1363>, pim.kazgau@mail.ru.

Поступила в редакцию 26.07.2021

Поступила после рецензирования 09.08.2021

Принята к публикации 09.08.2021

Заявленный вклад соавторов:

В. В. Галушка — формирование основной идеи работы, постановка цели и задач исследования, разработка метода разделения множеств адресов. Д. В. Фатхи — разработка аппаратного комплекса захвата трафика, практическая реализация предложенных методов. Е. Р. Газизов — определение структуры базы данных и формирование реляционных операций пересечения множеств.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.688

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-290-296>

К проблеме использования автоматизированного рабочего места людьми с ограниченными возможностями



А. А. Баскаков , А. Г. Тарасов

ФГБОУ ВО «Московский государственный технологический университет "СТАНКИН"» (г. Москва, Российская Федерация)

✉ aleks.baskakov@mail.ru

Введение. Сотрудники банковской сферы с ограничениями по здоровью имеют негативный опыт использования внутреннего программного обеспечения для взаимодействия с клиентами и выполнения служебных обязанностей. Многие сотрудники, например, с проблемами слуха, хотели бы работать в call-центрах, но не имеют такой возможности из-за устаревшего программного обеспечения (ПО). Целью исследования является анализ приоритетных задач для дальнейшей разработки ПО с учетом имеющихся у сотрудников нарушений.

Материалы и методы. В качестве ПО выбрана одна из подсистем автоматизированного рабочего места, позволяющая сотруднику взаимодействовать непосредственно с клиентами данной организации. В ходе анализа использовался метод экспертного оценивания Т. Л. Саати при содействии одного из экспертов в разработке ПО для людей с ограниченными возможностями.

Результаты исследования. Используя фундаментальную шкалу предпочтений и мнение эксперта в области разработки ПО для людей с инвалидностью, построены матрица приоритетов для каждого из критериев (субтитры, упрощённые шрифты, голосовое сопровождение, упрощённое и удаленное управление) и платформ (IOS, Android, Windows OS), а также глобальная матрица приоритетов для всех критериев и платформ.

Обсуждение и заключения. Проведено экспертное оценивание нескольких характеристик ПО банковской коммерческой организации Российской Федерации для выявления недостатков использования сотрудниками, имеющими инвалидность. В ходе анализа сделаны промежуточные выводы: самым необходимым критерием для людей с проблемами слуха является «Субтитры»; для людей без возможности выходить из дома — «Удаленное управление»; для людей с ампутациями или необратимыми повреждениями конечностей — «Упрощённое управление». Остальные параметры для реализации не рекомендуются.

Ключевые слова: экспертное оценивание, автоматизированное рабочее место, инвалидность, коммерческое программное обеспечение, анализ иерархии Т. Л. Саати.

Для цитирования: Баскаков, А. А. К проблеме использования автоматизированного рабочего места людьми с ограниченными возможностями / А. А. Баскаков, А. Г. Тарасов // Advanced Engineering Research. — 2021. — Т. 21, № 3. — С. 290–296. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-290-296>

© Баскаков А. А., Тарасов А. Г., 2021



To the problem of using an automated workplace by people with disabilities

Baskakov A. A. Tarasov A. G.

Moscow State University of Technology "STANKIN" (MSTU "STANKIN") (Moscow, Russian Federation)

✉ aleks.baskakov@mail.ru

Introduction. Employees of the banking sector with health restrictions have negative experience of using internal software to interact with customers and perform their official duties. Many employees, for example, with hearing

problems, would like to work in call centers, but do not have this opportunity due to the outdated software. The research objective is to analyze the priority tasks for the further development of software products, taking into account the existing health problems of employees.

Materials and Methods. One of the subsystems of the automated workplace (hereinafter referred to as the AWP) was selected the software, which allows the employee to interact directly with the clients of the given organization. The analysis used the method of expert evaluation by T. L. Saati with the assistance of one of the experts in the development of software for people with disabilities.

Results. Using the fundamental preference scale and expert opinion in the field of software development for people with disabilities, a priority matrix was built for each of the criteria (subtitles, simplified fonts, voice guidance, simplified and remote management) and platforms (IOS, Android, Windows OS), as well as a global priority matrix for all criteria and platforms.

Discussions and Conclusions. An expert assessment of several characteristics of the software of a commercial banking organization of the Russian Federation was carried out to identify the disadvantages of using the software by employees with disabilities. During the analysis, intermediate conclusions were made: the most demanded criterion for people with hearing problems is “Subtitle”; for people without the ability to leave the house — “Remote control”; for people with amputations or irreversible limb injuries — “Simplified control”. The other parameters are not recommended for implementation.

Keywords: expert assessment, automated workplace, disability, commercial software, analytic hierarchy process.

For citation: A. A. Baskakov, A. G. Tarasov. To the problem of using an automated workplace by people with disabilities. *Advanced Engineering Research*, 2021, vol. 21, no. 3, P. 290–296. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2021-21-3-290-296>

Введение. Взаимодействие клиента с сотрудником корпоративной организации реализуется посредством комплексного ПО, которое предназначено для управления доступом к продуктам компании и ускоренной обработки запросов клиента. Такова, например, система управления взаимоотношениями с клиентами (CRM-система) [1], которая хорошо себя зарекомендовала в call-центре. Также существует ПО для отдела кибербезопасности, где происходит логирование и аудирование событий клиента или сотрудников. Все вышесказанное, в отличие от продуктов, используемых непосредственно клиентами, достаточно плохо адаптировано для сотрудников, имеющих физические ограничения (инвалидность).

Выполнен анализ некоторых характеристик ПО для выявления слабых сторон в данной проблематике. Оценка проводилась методом анализа иерархии Т. Л. Саати при подключении эксперта ПО для людей с ограниченными возможностями.

Материалы и методы. Экспертное оценивание методом анализа иерархии представляет собой декомпозицию проблемы и выявление важности критериев при помощи экспертов данной области. Этот метод хорошо подходит в условиях полной определенности и при наличии множества критериев [1].

По мнению эксперта, решением наиболее острых проблем с программным обеспечением для людей с ограниченными возможностями могут быть:

- упрощенные шрифты для людей с проблемами зрения;
- голосовое сопровождение для людей с отсутствием зрения;
- упрощенное управление для людей с ампутациями или необратимыми повреждениями конечностей;
- субтитры для людей с проблемами слуха;
- удалённое управление для людей без возможности выходить из дома.

Данные проблемы можно реализовать на трех наиболее популярных платформах взаимодействия сотрудников с приложением (каналами): Android, IOS, Web-браузер. Вначале проблема декомпозируется на критерии, причем декомпозиция является полной, если каждая платформа взаимодействует с каждым критерием (Рис. 1).

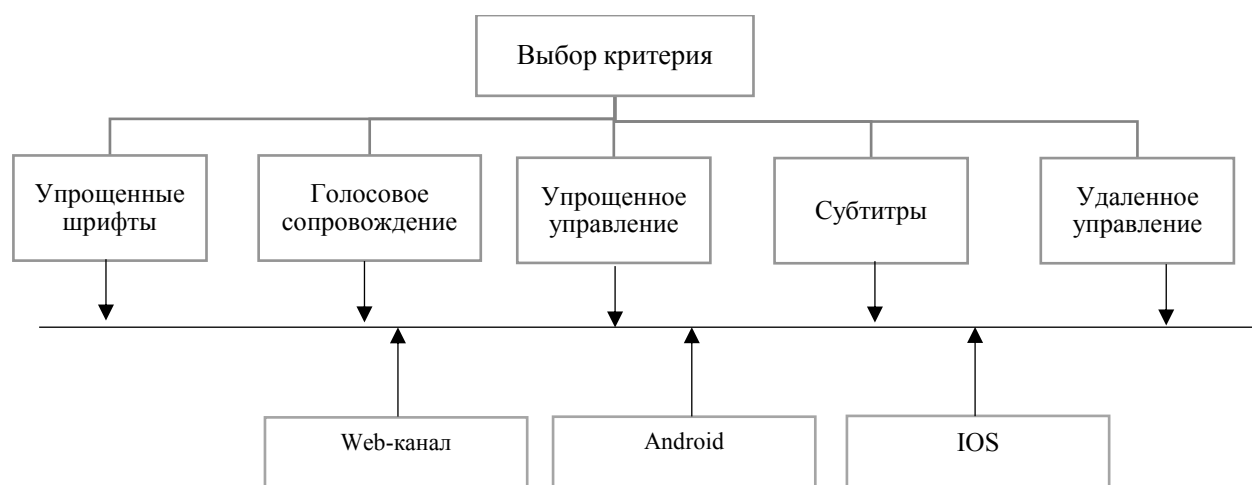


Рис. 1. Иерархия выбора критерия для людей с ограниченными возможностями

С целью определения предпочтений для каждой платформы и каждой проблемы строится матрица парных сравнений. Для этого следует определить шкалу оценивания (фундаментальную шкалу) [2–4], которая имеет вид ассоциативной таблицы (таблица 1).

Таблица 1

Фундаментальная шкала предпочтений

Степень предпочтения	Определение
1	Обе альтернативы одинаковые по предпочтению
2	Промежуточное положение между одинаковым и средним предпочтением
3	Одна из альтернатив по мнению эксперта более предпочтительна, чем вторая
4	Промежуточное положение между средним и умеренно сильным предпочтением
5	Одна из альтернатив по мнению эксперта явно предпочтительней, чем вторая
6	Промежуточное положение между умеренно сильным и очень сильным предпочтением
7	Одна из альтернатив по мнению эксперта гораздо предпочтительней, чем вторая
8	Промежуточное положение между очень сильным и абсолютно сильным предпочтением
9	Одна из альтернатив по мнению эксперта абсолютно предпочтительней, чем вторая

Результаты исследования. По каждому критерию рассчитывается приоритет¹ [5]. Для этого строится матрица (таблица 2). Каждый критерий сравнивается со всеми остальными по шкале от 1 до 9. Далее находится произведение и сумма для каждого критерия с целью анализа локального вектора приоритетов. Сумма локальных приоритетов при правильном подсчете должна быть равна единице [6].

Из вычислений можно сделать вывод, что наиболее предпочтительным критерием является «Субтитры». Следующими по предпочтительности являются критерии «Упрощенное управление» и «Удаленное управление».

Локальный вектор приоритетов V_v находится по формуле:

$$V_v = \frac{\sqrt[n]{\prod_{i=1}^n K_i}}{\prod_{i=1}^n K_i}, \quad (1)$$

где n — количество критериев; K — критерий.

¹ Кругова, И. В. Анализ критериев инновационных проектов ПАО «Мегафон» на основе метода анализа иерархий Саати / И. В. Кругова // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук : матер. III науч.-практ. всерос. конф. Тольятти : Изд-во Качалин Александр Васильевич, 2017. С. 297–302.

Таблица 2

Оценка важности критериев

Критерий	Матрица по критериям					Параметры расчета по формуле (1)		
	Упрощенные шрифты	Голосовое сопровождение	Упрощенное управление	Субтитры	Удалённое управление	Произведение	$\sqrt[5]{\text{из}}$ произведения	Локальный вектор приоритетов
Упрощенные шрифты	1	5	1/4	1/2	1/3	0,20	0,72	0,12
Голосовое сопровождение	1/5	1	1/5	1/4	1/4	0,002	0,28	0,04
Упрощенное управление	4	5	1	1/2	1/3	3,33	1,27	0,21
Субтитры	2	3	5	1	1	30	1,97	0,32
Удалённое управление	3	2	3	1	1	18	1,78	0,29
Итого	10,2	16	9,45	3,25	2,91	—	6,02	~ 1,000

Индекс согласованности I показывает степень согласованности оценок эксперта [7] и рассчитывается по формулам:

$$I = \frac{|\alpha - n|}{n-1}, \quad (2)$$

$$\alpha = \sum_{i=1}^n V_i \cdot S_i, \quad (3)$$

где V — вектор приоритетов; S — сумма критериев; n — i -ый критерий.

Отношение согласованности R определяют по формуле:

$$R = \frac{I}{L} \cdot 100 \%, \quad (4)$$

где L — случайная согласованность.

Случайная согласованность — это императивные значения, которые приведены в таблице 3 для матриц разной размерности [8, 9]. В данном случае значение берется для матрицы из 5 критериев.

Таблица 3

Значения случайной согласованности для матриц разных порядков

Размер матрицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Случайная согласованность	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

По формулам (2)–(4) вычислим:

$$\alpha = 10,2 \cdot 0,12 + 16 \cdot 0,04 + 9,45 \cdot 0,21 + 3,25 \cdot 0,32 + 2,91 \cdot 0,29 = 5,7324;$$

$$I = |5,7324 - 5| / (5 - 1) = 0,1831;$$

$$R = 0,1831 / 1,12 \cdot 100 = \sim 16 \, \%.$$

Параметр R имеет допустимое значение (не более 20 %).

На данном этапе определяется приоритет по каждому из критериев и проверяется согласованность мнений экспертов [10, 11]. Расчеты приведены в таблице 4–8.

Таблица 4

Матрица приоритетов для критерия «Упрощенные шрифты»

Платформа	Матрица для платформ			Параметры расчета		
	Web	Android	IOS	Произведение	$\sqrt[3]{\text{из}}$ произведения	Вектор приоритетов
Web	1	2	6	12	2,28	0,59
Android	1/2	1	4	2	1,25	0,32
IOS	1/6	1/4	1	0,04	0,34	0,08
Итог	1,66	3,25	11	—	3,87	—

По формулам (2)–(4), используя Таблица 3, вычислим оценку согласованности [12]:

$$\alpha = 1,66 \cdot 0,59 + 3,25 \cdot 0,32 + 11 \cdot 0,08 = 2,8994;$$

$$I = |2,8994 - 3| / (3 - 1) = 0,0503;$$

$$R = 0,0503 / 0,58 \cdot 100 = 8,67 \ %.$$

Значение параметра R является допустимым.

Таблица 5

Матрица приоритетов для критерия «Голосовое сопровождение»

Платформа	Матрица для платформ			Параметры расчета		
	Web	Android	IOS	Произведение	$\sqrt[3]{\text{из}}$ произведения	Вектор приоритетов
Web	1	1/3	2	0,66	0,87	0,23
Android	3	1	5	15	2,46	0,64
IOS	1/2	1/5	1	0,1	0,46	0,12
Итог	4,5	1,53	8	–	3,79	–

Используя прежнюю методику и данные таблицы 5, вычислим оценку согласованности:

$$\alpha = 4,5 \cdot 0,23 + 1,53 \cdot 0,64 + 8 \cdot 0,12 = 2,97;$$

$$I = |2,97 - 3| / (3 - 1) = 0,015;$$

$$R = 0,015 / 0,58 \cdot 100 = 2,58 \ %.$$

Значение параметра R является допустимым.

Таблица 6

Матрица приоритетов для критерия «Упрощённое управление»

Платформа	Матрица для платформ			Параметры расчета		
	Web	Android	IOS	Произведение	$\sqrt[3]{\text{из}}$ произведения	Вектор приоритетов
Web	1	1	2	2	1,259	0,4
Android	1	1	2	2	1,259	0,4
IOS	1/2	1/2	1	0,25	0,629	0,19
Итог	2,5	2,5	5	–	3,147	–

Вычислим оценку согласованности для упрощённого управления по данным таблицы 6:

$$\alpha = 2,5 \cdot 0,4 + 2,5 \cdot 0,4 + 5,0 \cdot 0,2 = 3,0;$$

$$I = |2,95 - 3| / (3 - 1) = 0,025;$$

$$R = 0,025 / 0,58 \cdot 100 = 4,3 \ %.$$

И в данном случае значение параметра R является допустимым.

Таблица 7

Матрица приоритетов для критерия «Субтитры»

Платформа	Матрица для платформ			Параметры расчета		
	Web	Android	IOS	Произведение	$\sqrt[3]{\text{из}}$ произведения	Вектор приоритетов
Web	1	1/5	1/2	0,1	0,46	0,13
Android	5	1	1	5	1,70	0,49
IOS	2	1	1	2	1,26	0,36
Итог	8	2,2	2,5	–	3,42	–

Вычислим оценку согласованности, используя данные таблицы 7:

$$\alpha = 8 \cdot 0,13 + 2,2 \cdot 0,49 + 2,5 \cdot 0,36 = 3,018;$$

$$I = |3,018 - 3| / (3 - 1) = 0,009;$$

$$R = 0,009 / 0,58 \cdot 100 = 1,5 \ %.$$

Значение параметра R является допустимым.

Таблица 8

Матрица приоритетов для критерия «Удаленное управление»

Платформа	Матрица для платформ			Параметры расчета		
	Web	Android	IOS	Произведение	$\sqrt[3]{\text{из произведения}}$	Вектор приоритетов
Web	1	1/2	1/6	0,083	0,436	0,101
Android	2	1	1/5	0,4	0,736	0,172
IOS	6	5	1	30	3,107	0,726
Итог	9	6,5	1,36	—	4,279	—

Вычислим оценку согласованности, руководствуясь данными таблицы 8:

$$\alpha = 9 \cdot 0,101 + 6,5 \cdot 0,172 + 1,36 \cdot 0,726 = 3,01436;$$

$$I = |3,01436 - 3| / (3 - 1) = 0,025;$$

$$R = 0,007 / 0,58 \cdot 100 = 1,2 \, \%.$$

Значение параметра R является допустимым.

Исходные данные и результаты расчета глобальных приоритетов представлены в таблице 9.

Таблица 9

Исходные данные и результаты расчета глобальных приоритетов

Платформа	Матрица глобальных приоритетов по критериям					Глобальный вектор приоритетов
	Упрощенные шрифты	Голосовое сопровождение	Упрощенное управление	Субтитры	Удалённое управление	
	0,12	0,04	0,21	0,32	0,29	
Web	0,59	0,23	0,4	0,13	0,101	0,23489
Android	0,32	0,64	0,4	0,49	0,172	0,35468
IOS	0,08	0,12	0,19	0,36	0,726	0,38004
Сумма	—	—	—	—	—	~1

Расчет глобального приоритета C каждой платформы относительно критериев выполняется по формуле [13]:

$$C = \sum_{ni}^n P_g \cdot P_l,$$

где n — i -ый критерий; P_g — глобальный приоритет i -го критерия; P_l — относительный приоритет каждой платформы для i -го критерия.

Рассчитаем глобальный приоритет всех альтернатив:

- для Web: $(0,12 \cdot 0,59) + (0,04 \cdot 0,23) + (0,21 \cdot 0,4) + (0,32 \cdot 0,13) + (0,29 \cdot 0,101) = 0,23489$;
- для Android: $(0,12 \cdot 0,32) + (0,04 \cdot 0,64) + (0,21 \cdot 0,4) + (0,32 \cdot 0,49) + (0,29 \cdot 0,172) = 0,35468$;
- для IOS: $(0,12 \cdot 0,08) + (0,04 \cdot 0,12) + (0,21 \cdot 0,19) + (0,32 \cdot 0,36) + (0,29 \cdot 0,726) = 0,38004$.

Исходя из результатов расчета, приоритетной является IOS-платформа с целью разработки функционала для людей с ограниченными возможностями, наиболее близка к приоритетной — Android-платформа [14].

Обсуждение и заключения. Проведенное исследование методом анализа иерархии с учетом мнения эксперта показало: самым необходимым критерием для людей с проблемами слуха является «Субтитры» (индекс 0,32); для людей без возможности выходить из дома — «Удаленное управление» (индекс 0,29); для людей с ампутациями или необратимыми повреждениями конечностей — «Упрощенное управление» (индекс 0,21). Остальные параметры для реализации не рекомендуются.

Для критерия «Субтитры» необходимой платформой для реализации является Android ОС (индекс 0,49). Достаточно необходимым также оказалась операционная система IOS (индекс 0,36). «Удаленное управление» наиболее необходимо на IOS-платформе (индекс 0,726). Для критерия «Упрощенное управление» в равной степени требуется Android и Web-версия сервиса (оба индекса 0,4). Глобальный индекс платформы для всех критериев показал наиболее приоритетной IOS-разработку.

Библиографический список

1. Гринберг, П. CRM со скоростью света / П. Гринберг. — Санкт-Петербург : Символ Плюс, 2007. — 528 с.

2. Рубцов, Н. В. Применение метода анализа иерархий для оценки уязвимостей в системах IP-телефонии / Н. В. Рубцов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. — 2010. — Т. 5, № 106. — С. 52–55.
3. Erick, F. Proposal to use the Analytic Hierarchy Process Method Evaluate Bank Credit Submissions / F. Erick, S. Pandapotan // Procedia Computer Science. — 2021. — Vol. 179. — P. 232–241. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.01.002>
4. Abimbola H. Afolayan. Performance analysis of fuzzy analytic hierarchy process multi-criteria decision support models for contractor selection / Abimbola H. Afolayan, Bolanle Ojokoh, Adebayo O Adetunmbi // Scientific African. — 2020. — Vol. 9. — P. 1–12.
5. Вдовченко, Д. Г. Применение метода анализа иерархий Тома Саати при совершении трансфера игрока / Д. Г. Вдовченко, О. И. Юшкова // Современная математика и концепции инновационного математического образования. — 2018. — Т. 5, № 1. — С. 482–485.
6. Кузнецов, М. А. Выбор языка программирования методом анализа иерархий Томаса Саати / М. А. Кузнецов // NAUKA-RASTUDENT.RU. — 2016. — №. 5. — С. 8.
7. Боховко, А. Г. Выбор биометрического способа аутентификации методом анализа иерархий Томаса Саати / А. Г. Боховко // NAUKA-RASTUDENT.RU. — 2016. — №. 2. — С. 18.
8. Славнов, К. В. О возможности модификации метода анализа иерархий Т. Саати для оценки систем контроля конфиденциальной информации / К. В. Славнов, И. В. Купин, М. В. Сидорин // Научные исследования и разработки молодых ученых. — 2016. — № 15. — С. 73–78.
9. Saliha Ünver. Safety risk identification and prioritize of forest logging activities using analytic hierarchy process (AHP) / Saliha Ünver, Ibrahim Ergenc // Alexandria Engineering Journal. — 2020. — Vol. 60 (1). — P. 1591–1599. [10.1016/j.aej.2020.11.012](https://doi.org/10.1016/j.aej.2020.11.012)
10. A new case of rank reversal in analytic hierarchy process due to aggregation of cost and benefit criteria / Abhijit Madjumbara, Manoj Kumar Tiwarib, Aastha Agarwala, Kanika Prajapata // Operations Research Perspectives. — 2021. — Vol. 8. — Art. 100185. <https://doi.org/10.1016/j.orp.2021.100185>
11. Battsengel Enkhbayar. Identifying priority attributes for improving Ulaanbaatar bus services using the analytic hierarchy process / Battsengel Enkhbayar, Justin S. Chang // Transportation Research Procedia. — 2020. — Vol. 48 (2). — P. 2990–2998. [10.1016/j.trpro.2020.08.186](https://doi.org/10.1016/j.trpro.2020.08.186)
12. Panagis Foteinopoulos. Block-based Analytical Hierarchy Process applied for the evaluation of Construction Sector Additive Manufacturing / Panagis Foteinopoulos, Alexios Papacharalampopoulos, Panagiotis Stavropoulos // Procedia CIRP. — 2019. — Vol. 81. — P. 950–955. [10.1016/j.procir.2019.03.233](https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.03.233)
13. Francis, L. Mayo. Ranking factors affecting public transport mode choice of commuters in an urban city of a developing country using analytic hierarchy process: The case of Metro Cebu, Philippines / Francis L. Mayo, Evelyn B. Taboada // Transportation Research Interdisciplinary Perspectives. — 2020. — Vol. 4. — Art. 100078.
14. Shivi Garg. Comparative analysis of Android and iOS from security viewpoint / Shivi Garg, Niyati Baliyan // Computer Science Review. — 2021. — Vol. 40. — Art. 100372. <https://doi.org/10.1016/j.cosrev.2021.100372>

Поступила в редакцию 26.07.2021

Поступила после рецензирования 09.08.2021

Принята к публикации 09.08.2021

Об авторах:

Баскаков Алексей Андреевич, аспирант кафедры «Информационные технологии и вычислительные системы», ФГБОУ ВО «Московский государственный технологический университет "СТАНКИН"» (127055, РФ, Москва, пер. Вадковский, 1), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9931-6520>, aleks.baskakov@mail.ru

Тарасов Алексей Геннадиевич, доцент кафедры «Информационные технологии и вычислительные системы», ФГБОУ ВО «Московский государственный технологический университет "СТАНКИН"» (127055, РФ, Москва, пер. Вадковский, 1), кандидат технических наук, ORCID <https://orcid.org/0000-0002-5284-7073>, tarasov.ag@mail.ru

Заявленный вклад авторов:

А. А. Баскаков — проведение расчетов, подготовка текста, поиск научной литературы, формирование выводов; А. Г. Тарасов — научное руководство, формирование цели и задач, корректировки текста.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.